

EL ESPEJO

DEL ORDEN AL CAOS AL ORDEN

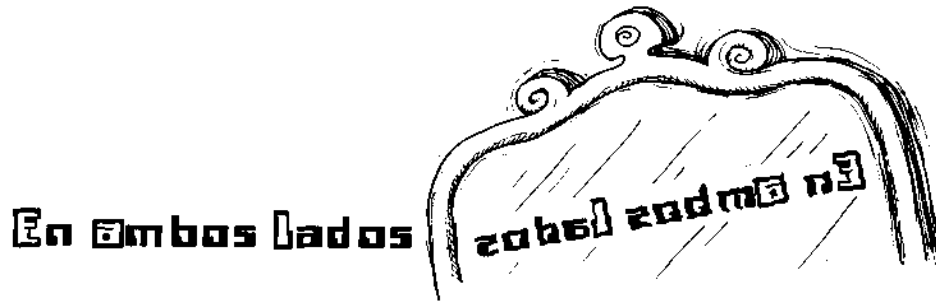
- A. *Un orden molesto es desorden: y*
B. *Un gran desorden es orden.*
Ambas cosas son una.

WALLACE STEVENS
"CONOCEDOR DEL CAOS"

Un espejo en cuyo mundo podemos entrar y cuyos habitantes pueden entrar en nuestro mundo es como una puerta con dos lados. Acabamos de explorar el paisaje en un lado de esa puerta, un paisaje que incluye la turbulencia, la iteración de período duplicado y los atractores extraños. En este lado hemos observado cómo los sistemas ordenados caen en el caos, y hemos visto indicios de que lo que llamamos el hechizo del Emperador Amarillo se está quebrando. Ese hechizo es el reduccionismo científico, la creencia de que el universo está compuesto por partes. Al destruir el hechizo, los científicos descubren una nueva magia en derredor. Como pronto veremos, es una magia que viene del otro lado del espejo, desde más allá de la puerta, en el paisaje donde el caos genera el orden.

Antes de que ingresemos en el paisaje de este lado de la puerta debemos atravesar el espejo. Aquí, detenidos por un instante en la superficie turbulenta, en el marco mismo del espejo, estamos en la fértil línea divisoria entre el orden y el caos. Es un lugar de extraña belleza, así que nos detendremos un rato para mirar en torno y saborear la rara experiencia de estar en ambos lados del mundo-espejo al mismo tiempo.

CAPITULO 0



*El Libro del Emperador Amarillo dice: "Pero lo no nacido
no es básicamente lo No Nacido, lo amorfo no es
básicamente lo Amorfo".*

LIEH-TZU

MEDIDAS DEL CAMBIO

Gráficos de duplicación de períodos, sinuosidades en el espacio de fases, los atractores extraños de Lorenz, Rössler y otros. Estos recursos conceptuales que hemos encontrado en el lado del espejo que iba "del orden al caos" son como rayos X que brindan a los científicos la capacidad para atisbar el esqueleto evolutivo del cambio no lineal. Las vividas imágenes generadas por estos recursos han contribuido mucho a quebrar el hechizo de la idea reduccionista, ante todo porque han brindado a los científicos un modo nuevo de medir las cosas. Constituyen ejemplos de una revolución que está afectando la medición científica. Durante cientos de años el reduccionismo —la idea de que el mundo es un ensamblaje de partes— se ha apoyado en poderosas técnicas matemáticas que cuantifican la realidad. Al cuantificar la realidad, se pueden sumar y restar partes. Como los científicos que recurren a la matemática de la cuantificación han realizado importantes descubrimientos y predicciones, la fe de los científicos en el reduccionismo ha crecido.

Pero, como hemos visto, cuando los científicos estudian sistemas complejos, la noción de partes se tambalea de tal modo que la cuantificación de dichos sistemas se vuelve imposible. Los científicos que desean estudiar los sistemas dinámicos han recurrido a otro enfoque de la medición, la matemática *cualitativa*. En la vieja matemática cuantitativa la medición de un sistema se concentra en indagar cómo la forma del movimiento del sistema afecta la cantidad de otras partes. En cambio, en la medición cualitativa se trata de

mostrar la forma del movimiento del sistema como totalidad. En la modalidad cualitativa, los científicos no preguntan cuánto de esta parte afecta aquella parte, sino cómo luce el todo a medida que se mueve y cambia, cómo se compara un sistema integral con otro.

En este capítulo —que representa una pausa en el portal que es el centro exacto del espejo turbulento— examinaremos varias clases de medición cualitativa además de las que hemos visto, y veremos cómo la medición cualitativa ha contribuido a catapultar a los científicos hacia una nueva perspectiva de la realidad desde la cual han obtenido sorprendentes visiones del entrelazamiento del orden, el caos, el cambio y la totalidad.

MATEMÁTICA DE GOMA

En las tres últimas décadas, el cambio no lineal ha entregado muchos secretos a la topología, una rama de la matemática que trata sobre el modo en que las formas se pueden estirar y distorsionar en un espacio que se comporta como goma. En topología las líneas rectas se pueden arquear en curvas, los círculos se pueden comprimir en triángulos o estirar en cuadrados. Sin embargo, no todo es modificable topológicamente. Las intersecciones de líneas, por ejemplo, siguen siendo intersecciones. En lenguaje matemático una intersección es "invariable", y no se puede destruir por mucho que se retuerzan las líneas. La cantidad de orificios que atraviesa un objeto también es invariable en topología, lo cual significa que una pelota se puede transformar topológicamente en un panqueque o un cubo, pero jamás

en una rosquilla.

En la década de 1960, en los comienzos de la teoría del caos, el matemático Stephen Smale comprendió que la topología se podía usar para visualizar sistemas dinámicos. Mediante curvaturas, torceduras y plegamientos, se puede lograr que una forma topológica represente el movimiento de un sistema. Transformando topológicamente una forma en otra, es posible comparar sistemas dinámicos muy diferentes.

Smale decidió investigar topológicamente un sistema de duplicación de períodos descubierto en 1927 por un ingeniero danés. Balthasar van der Pol había utilizado un rizo de realimentación eléctrica para traducir una corriente eléctrica oscilante en tonos de la misma frecuencia en un teléfono. Van der Pol descubrió que cuando incrementaba la corriente del rizo eléctrico los tonos saltaban inexplicablemente a múltiplos cada vez más pequeños de esa frecuencia. Entre cada salto había borbotones de ruido, caos. Van der Pol encontraba intermitencia entre las iteraciones de la realimentación. Lamentablemente no comprendió las implicaciones de lo que había oído y simplemente desechó el "ruido" (creado por la atracción conflictiva entre la frecuencia más alta y la más baja) como un "un fenómeno subsidiario".

Smale decidió hacer un modelo topológico del oscilador de van der Pol. En vez de tratar de seguir la trayectoria de este complejo sistema dinámico en el espacio de fases, Smale imaginó un espacio de fases que se estiraba y plegaba a medida que el sistema se desplazaba en la zona fronteriza entre los atractores de frecuencia alta y frecuencia baja. El

resultado se denomina herradura de Smale.

Imaginemos un rectángulo amasado y estirado hasta formar una barra. Curvemos la barra para formar una herradura y encastrémosla en un rectángulo. Luego amasemos, estiremos y curvemos este rectángulo hasta formar otra herradura y repitamos el proceso una y otra vez. Smale comprendió que esto es lo que ocurre con un sistema que se dirige al caos por el camino de la duplicación de períodos.

El matemático francés Rene Thom utilizó otra clase de pliegue topológico para describir el cambio no lineal donde los sistemas sufren transiciones abruptas y discontinuas de un estado al otro.

Thom estudió sistemas arrastrados hacia tales cambios repentinos y radicales no tanto por las oscilaciones internas sino por fuerzas externas. La repentina transformación de un grano de maíz en maíz tostado, el colapso de una viga de puente cuando debe soportar un kilo de más, la drástica conversión del agua en hielo a los 0° C o en vapor a los 100° C, el encendido o apagado de un interruptor de luz, todos ellos constituyen ejemplos de lo que Thom llama "catástrofes".

Thom sugirió que estos cambios abruptos se pueden clasificar topológicamente en siete "catástrofes elementales". Cada catástrofe implica plegamientos en el espacio de fases por el cual se desplaza el sistema. Los pliegues son creados por las "variables de control" del sistema, es decir, por los elementos externos que impulsan la conducta del sistema.

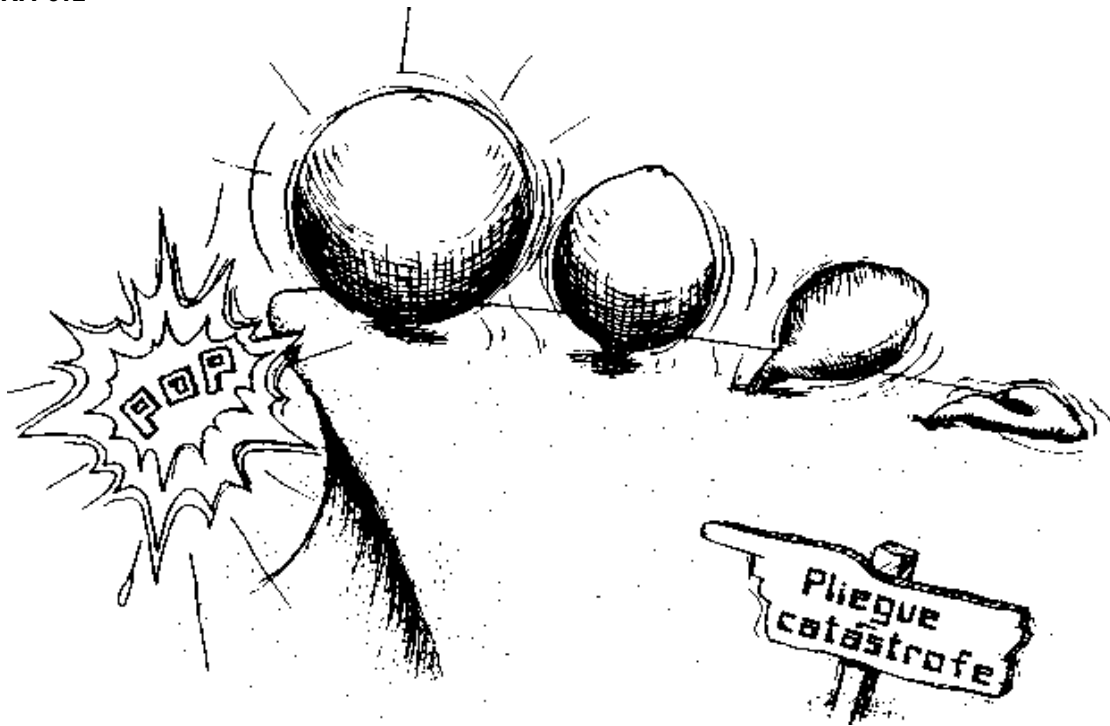
La primera catástrofe de Thom se llama simplemente "pliegue" o

"plegamiento".

Pensemos en el globo que alguien infla en una fiesta (FIGURA 0.1). En este cambio el control variable es la presión del aire, porque la dinámica del globo varía con el aumento o reducción de la presión del aire.

A medida que aumenta la presión del aire dentro del globo, el sistema se aproxima al borde del "pliegue catástrofe". Si se lo empuja demasiado, cae por encima del pliegue... y desaparece. Al atravesar

FIGURA 0.1



el "pliegue catástrofe", el globo estalla y el sistema deja de existir.

Aunque el pliegue catástrofe es sin duda la más simple de las siete catástrofes universales del catálogo de Thom, es una descripción que se puede aplicar a fenómenos tan complejos como el arco iris, una onda de choque y un avión supersónico. Cualquier sistema dominado por un solo factor o variable de control se puede describir con este "mapa" topológico.

Cuando el número de controles asciende de uno a dos, tenemos un segundo "mapa" de catástrofes. Ahora tenemos un sistema que se puede impulsar en dos direcciones. En consecuencia, el "mapa" topológico de lo que Thom denomina la "catástrofe cúspide" tiene dos dimensiones, las cuales se pueden representar mediante un papel deformado de tal modo que aparece un pliegue. Podemos imaginar que las variables de control (las influencias

importantes que afectan el sistema) impulsan el sistema sobre la superficie plegada del papel.

Tomemos como ejemplo la conducta de nuestro perro. El biólogo Konrad Lorenz argumentaba que los factores dominantes de la conducta canina, en otras palabras sus variables de control, son la furia y el miedo. Podemos usar la catástrofe cúspide de Thom para ver cómo la furia y el miedo transforman repentinamente la conducta de un perro.

Supongamos que otro perro se acerca al nuestro. Al principio el animalito se enfurece ante la presencia del intruso y empieza a rugir, ladrar y gruñir amenazadoramente. Este estado está indicado en el lado derecho del dibujo (FIGURA 0.2). ¿Pero qué ocurre si el otro perro es mucho más grande que el nuestro? Nuestro animalito empieza a experimentar miedo, y este "punto de conducta" se desplaza a la izquierda. No obstante, el perrito está todavía en la región superior del pliegue catástrofe, la región que significa conducta agresiva. Para el observador nada ha cambiado. El perrito sigue ladrando y gruñendo.

A medida que aumenta el miedo del perrito, el punto de conducta se acerca cada vez más al pliegue

catástrofe, aunque el perro no cesa de ladrar.

Sin embargo, al fin llega al borde mismo del pliegue. Aquí el mínimo cambio en una de las variables de control (furia y miedo) puede mandarlo más allá del borde. Si el robusto intruso avanza un paso más, nuestro perrito cae en una zona mental fronteriza donde abandona la superficie superior del espacio de conducta y reaparece en el fondo del pliegue con una conducta totalmente nueva: la fuga.

El estudio topológico de Thom ilustra claramente cómo un pequeño cambio de furia o miedo dentro de la mente del perro tiende a producir una diferencia de conducta apenas perceptible, pero en un punto crítico puede producir un cambio de conducta muy abrupto.

En vez del perro que echa a correr, podríamos hablar del derrumbe del mercado bursátil o la respuesta de una sobrecargada viga de puente. El teorema de la catástrofe de Thom muestra que cuando un sistema se puede describir usando una sola variable de conducta influida por dos variables de control, es decir, dos influencias decisivas, se puede representar mediante la catástrofe cúspide de la FIGURA 0.2. Este pliegue catástrofe actúa como una

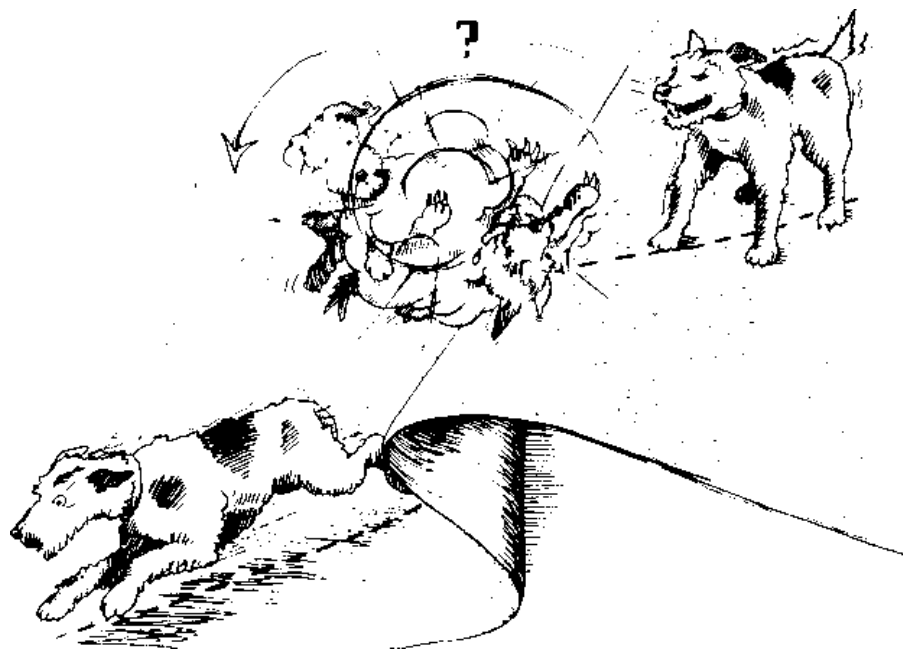


FIGURA 0.2. Un retrato de la "catástrofe cúspide" de Thom, que representa el estado interno de un perro que pasa de la furia al temor. Cuando el perro llega al borde del pliegue, entra en una zona fronteriza y podría regresar a su conducta agresiva o caer por el pliegue hacia una conducta nueva, la fuga.

descripción de los estados maníaco-depresivos, la ruptura de las olas del mar, los tumultos carcelarios, el láser, el flujo de los polímeros, las simetrías de los cristales o los procesos de decisión. Los sistemas no lineales descritos por la teoría de la catástrofe de Thom son casi siempre estables. Sólo cuando se aventuran al borde de uno de estos pliegues de catástrofe sufren un cambio abrupto. Los puntos atractores y los ciclos límite que comentamos anteriormente se pueden incluir en las catástrofes de Thom, pero esta vez extendidos en un espacio de fases que se puede deformar topológicamente. Las catástrofes de Thom describen transformaciones súbitas en sistemas aparentemente estables. El tratamiento que dio Thom a la no linealidad introdujo un ingrediente

decisivo en la ciencia de la turbulencia. Los sistemas dinámicos no lineales, sean caóticos o estables, son tan complejos que resultan imprevisibles en los detalles, e indivisibles en partes: la mínima influencia puede causar cambios explosivos (por ejemplo, un matiz mínimo puede arrastrar al perro de la agresión a la fuga, o de la fuga al ataque). No obstante, Thom halló un modo para representar tales sistemas como una totalidad, usando la medición cualitativa de los pliegues topológicos.

UNA CUESTIÓN DE GRADO

El gran atractivo de la teoría de Thom reside en la capacidad para comparar los cambios no lineales que acontecen en sistemas muy

diferentes. Este es también el atractivo de la medición cualitativa denominada número de Lyapunov, inventada por el científico ruso de ese nombre. La medición de Lyapunov permite comparar las nubes, la actividad eléctrica del cerebro y la turbulencia de los ríos a partir de sus *grados* de orden y desorden.

Imaginemos una súper carretera con varios carriles. En medio del día, los coches circulan en una corriente constante, sin amontonamientos ni lagunas. En los carriles adyacentes circulan a diversas velocidades, pero la diferencia no es muy grande. Un camión que viaja a 80 kilómetros por hora es alcanzado paulatinamente por un coche que viaja a 90. Como en el flujo regular de un río, una característica de este movimiento es que los elementos vecinos (en este caso automotores) permanecen juntos o se separan sólo en forma gradual.

Ahora imaginemos la hora pico. El creciente flujo de automóviles crea condiciones caóticas semejantes a la turbulencia. Los coches aceleran y cambian de carril. Algunos se aglomeran, otros se internan en tramos desiertos de carretera. Los coches vecinos se pueden separar rápidamente cuando uno se interna en un carril libre y el otro queda atrapado en una larga fila reptante.

El número de Lyapunov mide cómo los puntos vecinos de un río, una carretera o cualquier otro sistema dinámico se separan unos de los otros. En consecuencia, mide cómo se descomponen las correlaciones del sistema y cuán rápidamente se difunden los efectos de una pequeña perturbación.

Una medida similar describe los

cambios en la "información" del sistema. Por ejemplo, las posiciones relativas de todos los coches de la carretera se pueden hacer ingresar en un ordenador para monitorizarlos minuto a minuto. Esta información define el flujo general del tráfico. Si el flujo es regular, los coches de cada carril mantienen casi la misma distancia relativa unos respecto de otros y la información cambia poco o cambia de manera simple y regular. Pero durante la hora pico la información cambia desbocadamente. Los científicos dicen que la información original se "pierde", aunque sería más preciso pensar que se transforma.

Una analogía de esta pérdida o transformación de la información es pasar un mensaje en inglés por una máquina de códigos que lo convierte en letras o dígitos que aparentemente no significan nada. En un sentido, el significado del mensaje se pierde; en otro, simplemente se ha transformado, porque una transformación a la inversa podría descifrarla, restaurarla por completo. Sin embargo, las transformaciones de la información pueden volverse tan sutiles y complejas que revertir el proceso resulta imposible.

UN EXPERIMENTO DE MEDICIÓN: UNA EXTRAÑA HISTORIA

Es indudable que los científicos que abordan los engorrosos problemas relacionados con la medición del cambio en el espejo turbulento se topan a menudo con cosas estrañalarias. El siguiente caso ilustra que un universo de orden asombrosamente sutil espera ser revelado por un enfoque holístico de la medición.

Cuatro investigadores de la Universidad de California en Santa Cruz crearon un ingenioso método para calibrar el grado de orden de un sistema caótico endemoniadamente simple que muchos de nosotros tenemos en nuestra casa: un grifo que gotea.

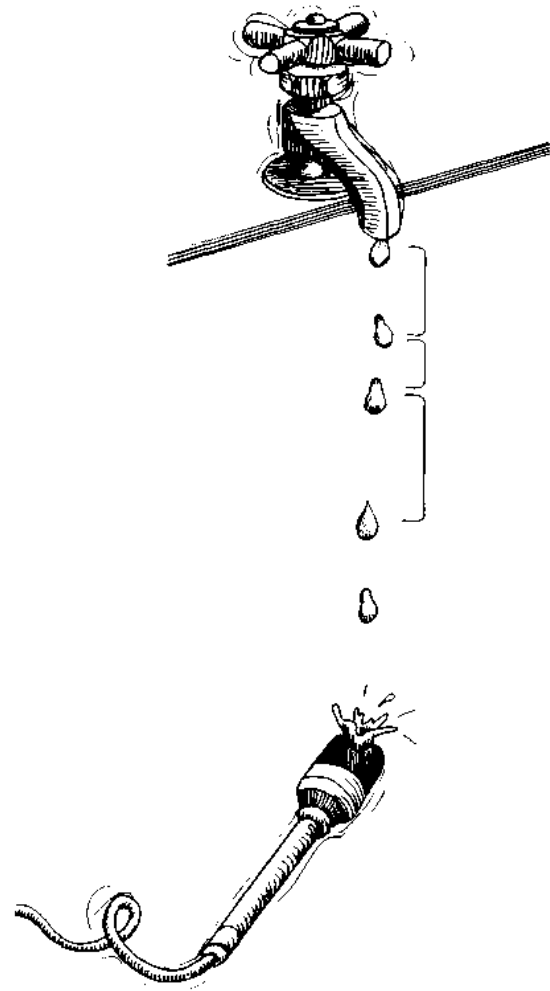
¿Por qué tal sistema es caótico? En un río turbulento, cada elemento del flujo, cada pequeña "parte", actúa como una contingencia para todas las demás partes. El río genera sus contingencias a partir de su totalidad. Bajo ciertas presiones el agua que gotea de un grifo también genera contingencias. Así los cuatro científicos razonaron que al medir una "parte" o aspecto del agua goteante podrían obtener una instantánea del sistema entero. Y, al construir un espacio de fases a partir de sus mediciones, podrían tratar de ver si el sistema sufría la influencia de un atractor extraño, e incluso obtener una imagen del atractor.

Para llevar a cabo el experimento, los investigadores pusieron un micrófono debajo de un grifo (FIGURA 0.3), que goteaba como un "baterista infinitamente defectuoso", y registraron los intervalos temporales entre las sucesivas gotas, una medición del grado de caos. Escogieron medir este aspecto del sistema, aunque también podrían haber medido cuánto tardaban las gotas en formarse en el grifo o el peso relativo de las gotas.

Los investigadores consignaron en un gráfico los intervalos de más de 4.000 gotas. El resultado fue sorprendente. Sería lógico esperar que algo puramente aleatorio produjera una forma aleatoria e imprecisa. Pero no fue así. Momento tras momento, mientras los científicos registraban el intervalo

temporal entre las gotas, los puntos del gráfico saltaban caóticamente. No obstante, a medida que aparecían más puntos en el gráfico, de la bruma surgía una forma que se parecía notablemente al corte transversal de un atractor extraño conocido como atractor de Hénon, es decir, un atractor generado mediante la iteración de una ecuación según reglas establecidas por Michel Hénon del Observatorio de Niza, Francia. Más tarde, cuando los cuatro científicos aumentaron levemente la presión del agua del grifo, hallaron inquietantes formas, experimentalmente reproducibles, que

FIGURA 03



parecían ser cortes transversales de otros "atractores caóticos no vistos hasta el momento".

El atractor de Hénon invita a hacer comparaciones con el sistema de anillos de un planeta de ciencia ficción. Pero sus fantásticos rasgos se revelan cuando nos aproximamos (mediante un ordenador) para examinar detalladamente uno de estos anillos. Como en la estructura de brechas y escombros de los muy reales anillos de Saturno (véase Figura 1.21), dentro de la estructura del anillo del atractor de Hénon aparece otra estructura anular,

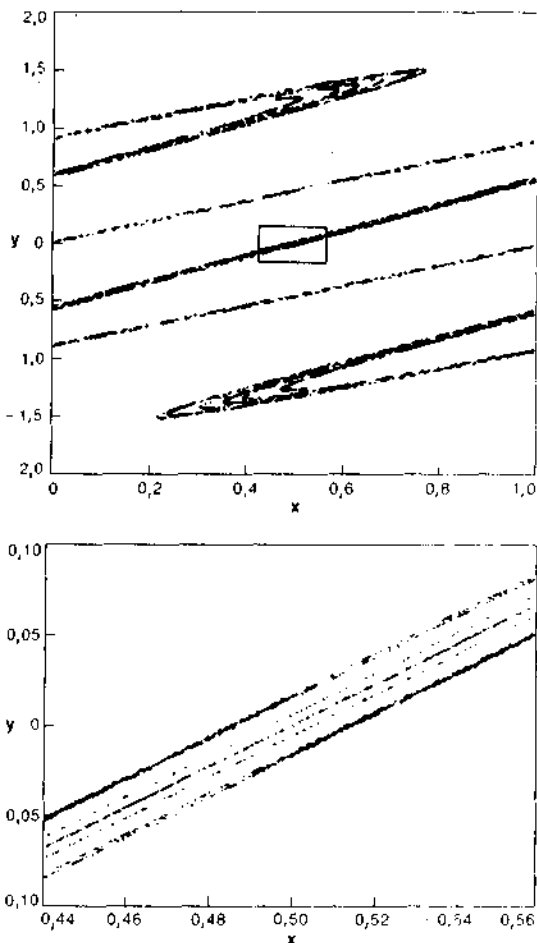


FIGURA 0.4. El atractor de Hénon, similar al hallado cuando se hace un gráfico del goteo de un grifo. El acercamiento a una pequeña sección del atractor revela su autosimilitud.

similar a la más grande. A la vez, si exploramos uno de estos anillos menores con mayor magnificación, se despliegan más anillos.

Este vertiginoso mundo de lo infinitesimal evoca un anuncio de una marca de salsa que era popular en la Inglaterra de la década de 1940. La imagen mostraba a papá llevando un frasco de salsa a la mesa. En la etiqueta del frasco había una imagen de papá llevando un frasco de salsa a la mesa, y en la etiqueta de ese frasco había una imagen...

David Ruelle sugiere que el atractor de Hénon, el atractor de Rössler y el atractor de Lorenz —atractores extraños de toda clase— son como cajas chinas de un orden sutil. Este extravagante orden de atracción existe en la fisura de las cosas, inhibe un reino fraccional que existe entre la primera, segunda y tercera dimensiones del mundo familiar con sus puntos atractores, sus ciclos limitados y sus bien administrados toros. Como pronto veremos, para indagar este curioso reino fraccional se requiere otra forma de medición cualitativa.

EL FABULOSO FRACTAL

Smale, Thom, Lyapunov, Ruelle y otros han creado importantes instrumentos cualitativos para ver el movimiento del orden, el caos y el cambio en el mundo no lineal. Pero más que ningún otro, un matemático ha revolucionado la ciencia de lo turbulento con su descubrimiento de una medición cualitativa que ha inmortalizado la intrincada belleza del mundo-espejo. Su descubrimiento también ha revelado que el mundo-espejo es turbadoramente similar al mundo que habitamos todos los días.

La educación de Benoit

Mandelbrot fue irregular y su mente es tercamente visual. Mandelbrot declara que cuando se presentó para los cruciales exámenes de ingreso de la prestigiosa Escuela Politécnica de Francia tenía problemas con el álgebra pero logró obtener excelentes notas traduciendo mentalmente las preguntas a imágenes.

Mandelbrot afirma que aún hoy ignora el alfabeto, de modo que usar una guía telefónica es una ordalía, pero que puede ver cosas que otra gente no ve. Dice, por ejemplo: "Yo no programo los ordenadores, pero encontré modos de trabajar en forma muy interactiva con varias personas sobresalientes: estudiantes y asistentes, pero también colegas como Richard F. Voss. En realidad, he desarrollado una capacidad para contribuir a eliminar errores de programas que no sé leer, analizando las imágenes erróneas que producen estos programas".

Frustrado por la abstracta matemática que enseñaban en la escuela, el joven Mandelbrot cultivó una fascinación por la irregularidad geométrica (o, mejor dicho, no geométrica) del mundo que lo rodeaba. Lo impulsaba una intuición que luego plasmó en un aforismo que, según declara, "ha conquistado la suprema consagración de transformarse instantáneamente en cliché". Su intuición geométrica le decía que "las nubes no son esferas, las montañas no son conos, las líneas costeras no son círculos y la corteza no es lisa, así como el rayo no viaja en línea recta".

Durante sus años de estudio, Mandelbrot siguió una carrera tan irregular como las formas que lo apasionaban. Estudió aeronáutica en el Instituto de Tecnología de California, en el Instituto de Estudios

Avanzados de Princeton recibió el patrocinio del brillante matemático John von Neumann, e investigó en diversos campos. "De cuando en cuando sentía el repentino impulso de abandonar un campo justo cuando estaba escribiendo un artículo, y me interesaba en investigar un campo acerca del cual no sabía nada. Seguía mi instinto, pero no pude explicarme por qué sino mucho más tarde."

En 1958 Mandelbrot llegó a ser miembro del personal de investigación y en 1974 se integró al prestigioso centro de investigación Thomas J. Watson de IBM, en Yorktown Heights. Allí, en una tersa estructura de vidrio curvo instalada en las colinas del condado de Westchester, sus intuiciones comenzaron a cobrar forma. Una geometría totalmente nueva surgió en su mente. Mandelbrot concibió el fractal.

El nombre viene del latín *fractua*, que significa irregular, pero a Mandelbrot también le gustaban las connotaciones de fraccional y fragmentario que hallaba en la palabra.

En su entusiasmo inicial, usó fractales para seguir las oscilaciones bursátiles y elaboró falsificaciones que eran tan buenas como para engañar a expertos. Sus fractales demostraban que las grandes recesiones imitan las fluctuaciones mensuales y diarias de los precios, de modo que el mercado es autosimilar desde su escala mayor hasta su escala menor.

Volviendo al problema de los ruidos en la transmisión de datos, Mandelbrot creó un modelo útil a partir de su nueva geometría; sin usar datos astronómicos, visualizó matemáticamente una distribución de galaxias en el universo que los astrofísicos luego confirmaron.

"Llegué a comprender que la autosimilitud, lejos de ser una propiedad tibia y poco interesante, era un poderoso medio para generar formas". La "autosimilitud" de Mandelbrot alude a una repetición de detalles en escalas descendientes, la repetición de la imagen de la "salsa de papá".

Aunque Mandelbrot es un incansable misionero de sus fractales, en la actualidad ya no es necesario. El gran físico teórico John Wheeler declara que en el pasado la gente no se podía considerar científicamente educada a menos que comprendiera la entropía. En el futuro, añade Wheeler, "uno será científicamente analfabeto si no está familiarizado con los fractales".

La afirmación de Wheeler testimonia que en los últimos veinte años Mandelbrot ha logrado comunicar su visión. Ahora está claro que los fractales abrazan no sólo los reinos del caos y el ruido sino una amplia variedad de formas naturales que resultaban imposibles de describir mediante la geometría que se ha estudiado en los últimos dos mil quinientos años: formas tales como las líneas costeras, los árboles, las montañas, las galaxias, las nubes, los polímeros, los ríos, los patrones meteorológicos, los cerebros, los pulmones y los suministros alimentarios. Así como la física había intentado reunir una vasta gama de propiedades sutiles de la naturaleza bajo el encabezamiento general de "caos" o "desorden", la geometría convencional había ignorado estas exquisitas formas naturales y sus ricos detalles. Pensemos en el modo en que la turbulencia del viento y el agua desgasta y esculpe las oníricas formas de los cañones, las mesetas y las grutas submarinas. ¿Estos

lugares carecen de orden? Mandelbrot aduce que la geometría euclidiana es "tediosa". Para vengarse, ha demostrado que la irregularidad es excitante y que no es mero ruido distorsionando formas euclidianas. Este "ruido" es en realidad la enérgica rúbrica de las fuerzas creativas de la naturaleza.

Tomemos, por ejemplo, nuestro sistema circulatorio. En un texto de anatomía, la repetida ramificación de las venas y arterias puede parecer caótica pero, si se la mira con mayor detalle, notamos que la misma y compleja ramificación se repite en vasos sanguíneos cada vez más pequeños, hasta llegar a los capilares. Lo mismo ocurre con una montaña. Visto desde kilómetros de distancia, el contorno de la montaña es muy reconocible, pero también es irregular. Cuanto más nos acercamos más detalles apreciamos, y cuando empezamos a escalar la montaña reparamos en el mismo patrón de irregularidad y detalle en cada roca individual. Los sistemas complejos de la naturaleza parecen preservar el aspecto de los detalles en escalas cada vez más finas. La cuestión de la escala surge nuevamente cuando observamos las maravillosas formas y estructuras de la naturaleza en un libro de fotografías tomadas a través de microscopios y telescopios. Las imágenes de escalas muy diferentes suscitan una sensación de similitud y reconocimiento.

¿Pero cómo puede algo que mide miles de años-luz tener algo en común con objetos que caben en la mano o en la cabeza de un alfiler? ¿Es posible que leyes matemáticas similares, o principios de crecimiento y forma similares, estén operando en escalas tan distintas?

Mandelbrot advirtió que, si en

efecto era así, esas leyes debían de guardar poca relación con la geometría clásica, donde la escala es un concepto tan obvio que tiene poca o ninguna importancia. ¿Se podía crear una medida de la regularidad basada en escalas?

El primer paso de Mandelbrot para examinar la cuestión de la escala y concretar su visión de un mundo irregular pero ordenado consistió en abordar ciertas curiosidades y anomalías de la matemática que habían aflorado a fines del siglo diecinueve y que los matemáticos habían desechado. ¿Era posible que esas rarezas matemáticas contuvieran importantes claves de la complejidad de la naturaleza?

En 1872 un matemático llamado Karl Weierstrass precipitó una crisis menor en la matemática cuando describió una curva que no se podía "diferenciar" matemáticamente. La aptitud para diferenciar —es decir, para calcular la inclinación de una curva de un punto al otro— es un rasgo central del cálculo. El cálculo fue inventado independientemente por Newton y Leibniz doscientos años antes de Weierstrass. Las nuevas leyes de la mecánica de Newton trataban sobre el cambio regular y sobre las razones de cambio, y Newton necesitaba una matemática para describir diversas formas de cambio gradual; la halló en el cálculo.

La idea de inclinación es bastante intuitiva. Se experimenta cada vez que escalamos una colina. La inclinación es lo mismo que un gradiente. En el caso de una vía ferroviaria, el valor del gradiente está a veces escrito en un letrero indicador, por ejemplo, 1:200. Esto significa que por cada 200 pies de riel la altitud aumenta en 1 pie (30,48 cm). La inclinación o gradiente de

una carretera puede ser aun más alta; en zonas montañosas, una carretera lateral puede tener un gradiente de hasta 1:601:5.

Desde luego, las carreteras no son perfectamente regulares y tienden a bajar y elevarse, así que el gradiente impreso en un mapa o indicado en una señal caminera es un valor promedio. Con exámenes topográficos más precisos, se puede determinar el gradiente en intervalos cada vez más pequeños y tener en cuenta las variaciones individuales de la carretera. El cálculo de Newton iba un paso más allá. La ecuación matemática de la carretera ascendente determina la inclinación o gradiente de cada punto. Esta determinación es matemáticamente equivalente a diferenciar la ecuación de la curva.

Desde Newton, los matemáticos se han dedicado con toda satisfacción a diferenciar curvas y funciones y sus inclinaciones. Sin embargo, siempre había problemas cuando la curva era discontinua, es decir, cuando la carretera desaparecía de golpe y reaparecía más adelante. ¿Cómo se podía tener la inclinación correcta en el borde donde terminaba la carretera? Pero, al margen de esos casos especiales, todas las curvas, creían los matemáticos, debían de tener inclinación. En un lenguaje más formal, creían que una curva continua siempre se puede diferenciar.

El cálculo newtoniano pareció seguro hasta que a fines del siglo diecinueve un matemático llamado Debois Reymond presentó la ecuación de Weierstrass para una curva que era continua, pero tan compleja que no podía tener una diferencial.

El resultado fue un pánico que los matemáticos tardaron cincuenta años en superar. Al final tuvieron que

conceder que esas curvas anómalas podían existir, pero se consolaron pensando que una curva tan compleja y absurda no tenía nada que ver con el mundo real.

Otra bomba estalló alrededor de 1890, cuando Giuseppe Peano descubrió lo que se llamó una "curva que llena el espacio". Una curva es sólo una línea que se arquea y se deforma y, como sabe todo estudiante, una línea es unidimensional. Los matemáticos daban por sentado que toda curva, por mucho que se arqueara, tenía que ser unidimensional. Un plano (un papel, por ejemplo) es bidimensional. El plano y la curva tienen dimensiones muy claras.

No obstante, Peano había elaborado una curva que se torcía de modo tan complejo que llenaba el plano del papel donde se la dibujaba. La línea curva de Peano incluía todos los puntos del plano. Esto creó una situación ingrata para los matemáticos. La bidimensionalidad del plano residía en su conjunto de puntos. ¿Qué ocurría si todos esos

puntos también estaban en una línea unidimensional? ¿Cómo podía un objeto ser unidimensional y también bidimensional?

Nicolai Yakovlevich Vilenkin, en *Cuentos de conjuntos*, evoca la reacción de los matemáticos: "¡Todo se había desquiciado! Es difícil expresar en palabras el efecto que el resultado de Peano tuvo en el mundo de la matemática. Parecía que todo estaba en ruinas, que todos los conceptos matemáticos básicos habían perdido significación".

Estas ultrajantes curvas sin inclinación y con dimensiones ambiguas eran inmensamente perturbadoras. La única esperanza de los matemáticos consistía en desechar tales cosas como meras quimeras del pensamiento abstracto, una broma matemática que no planteaba ninguna amenaza al modo ordenado en que la matemática y la geometría describían la naturaleza. Aun el gran Poincaré adoptó esa actitud defensiva. Dijo que esas curvas extrañas eran "una galería de monstruos".

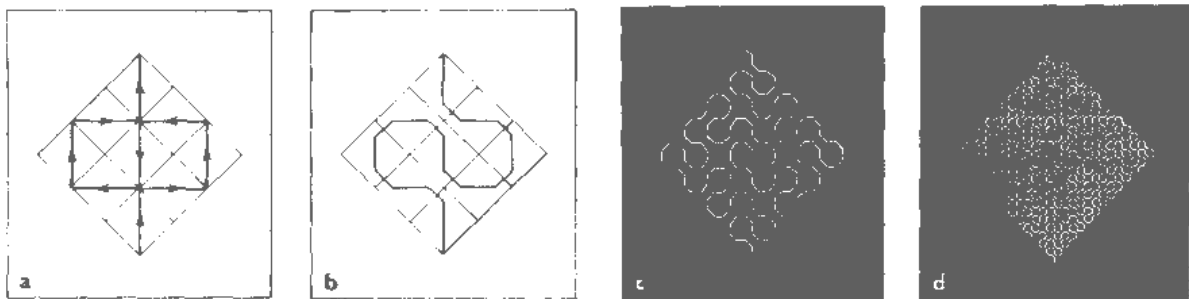


FIGURA 0.5. Pasos utilizados para generar una curva de Peano. Estos pasos se pueden continuar hasta el infinito, donde todo el espacio bidimensional es llenado por la curva.

No obstante, setenta años después de Peano, Mandelbrot tomó esas curvas en serio y siguiendo sus implicaciones pudo trastocar la situación. Demostró convincentemente que las curvas monstruosas no eran ajenas a la geometría del mundo, sino todo lo contrario. En ellas residía el secreto del modo de medir la irregularidad del mundo real. El secreto de los fractales.

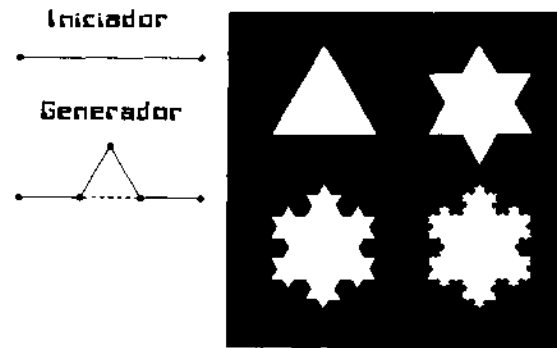
¿Qué es exactamente un fractal y cómo está hecho? La FIGURA 0.6 muestra la generación de un fractal originado en la curva "copo de nieve", elaborada por Helge von Koch en 1904. Esencialmente, la "isla de Koch" o copo de nieve se crea mediante un proceso de iteración en el cual cada paso se sigue en una escala más pequeña. De este modo se produce una curva de considerable complejidad, la cual contiene un elevadísimo grado de detalle.

Con sus muchas bahías, caletas y promontorios, las islas de Koch nos recuerdan las islas reales, excepto que son demasiado regulares. Para describir islas verdaderas se requieren fractales más complejos. Pero, al menos, las islas de Koch muestran un grado de complejidad totalmente ajeno a la geometría convencional. Es obvio que este fractal simple apunta a algo muy novedoso en el modo en que se puede usar la matemática para describir las formas de la naturaleza.

Para un matemático esta figura también reserva sorpresas menos obvias. La primera se produce cuando se realiza el intento de medir el perímetro de la isla, es decir, descubrir la longitud de la línea costera.

Esto se puede plantear como una pregunta que alude al mundo real: ¿qué longitud tiene la línea costera de Gran Bretaña? Esta fue exactamente

FIGURA 0.6. La aplicación repetida del generadora los lados de un triángulo (iniciador) crea un copo de nieve mellado donde el triángulo se repite en escalas cada vez más pequeñas.



la pregunta que Mandelbrot formuló en su nuevo y clásico trabajo. La pregunta le dio renombre.

Desde luego, los países desean saber la longitud de sus líneas costeras y límites. Cuando se traza un límite entre dos países, digamos entre Canadá y los Estados Unidos o entre Francia y España, es conveniente que ambas partes estén de acuerdo acerca de la longitud. A primera vista parece un problema sencillo con una solución sencilla: basta con medir. Pero las publicaciones y textos de geografía dan un kilometraje diferente para la misma línea costera o límite. ¿Cómo es posible? ¿Es un problema de negligencia en la medición? ¿Un mal cálculo?

Cabe pensar que la cuestión de la longitud de la línea costera británica se puede zanjar tomando un buen mapa y llevando un hilo a lo largo de la costa, y deduciendo luego el resultado a partir de la escala impresa al pie del mapa. Pero un instante de reflexión nos revela que el mapa tiende a simplificar u omitir los detalles. Sólo nos da las curvas amplias de la costa y excluye las muchas bahías y caletas.

La respuesta debe estar en obtener un mapa más detallado. En ese caso, el

hilo se curvará y torcerá alrededor de más detalles. Pero esto significa que la longitud de la línea costera será mayor. ¿Se puede mejorar este resultado? Si un topógrafo hace una medición precisa en, digamos, intervalos de 100 metros a lo largo de la costa, el detalle será aun más fino. A la vez, la línea costera tendrá mayor longitud.

¿Pero por qué detenerse aquí? ¿Por qué no medir con intervalos de 50 metros, y aun de 10? En cada etapa incluiremos detalles cada vez más finos y el hilo se curvará de modos cada vez más complejos. Es evidente que cuantos más detalles incluimos más larga se vuelve la línea costera. ¿Y si incluimos *todos* los detalles, rocas, guijarros, polvo, aun moléculas? La verdadera línea costera debe ser infinita. En realidad la línea costera de Gran Bretaña tiene la misma longitud que la de Manhattan o la de todo el continente americano. Todas son infinitas.

Tal era la desconcertante conclusión a que llegó Mandelbrot. ¿Pero cómo puede ser verdadera? Un poco de reflexión nos convence de que cualquier figura que contenga detalles en escalas cada vez más pequeñas debe tener una longitud infinita. Por tanto, lo que se aplica a la línea costera de Gran Bretaña también se aplica a la longitud de una curva de Koch, a todas las curvas fractales.

En la práctica podemos convenir en una escala convencional e ignorar todos los detalles por debajo de los 100 metros o cualquier otra cifra. Ello equivale a ver una línea costera "fuera de foco", de tal modo que los detalles con una extensión inferior a 100 metros quedan borrosos. Si los cartógrafos adoptan una escala común, pueden medir y comparar líneas costeras. Sin embargo, esa

solución de compromiso deja mucho que desear desde el punto de vista matemático.

Como matemáticamente todas las líneas costeras con sus detalles reales deben tener una longitud infinita, ¿se pueden comparar dichas cifras? Más sorpresas, pues Mandelbrot descubrió que la respuesta era sí. Sin embargo, la respuesta modifica la pregunta, pues ya no se trata de medir la longitud cuantitativamente sino de una nueva clase de medida cualitativa basada en escalas: la dimensión fractal.

Para entender las dimensiones fractales tenemos que olvidar nuestras ideas convencionales acerca de las dimensiones. La mayoría de las personas creen tener una idea bastante clara de este concepto. El espacio es tridimensional. Una pared, mesa o papel es bi-dimensional. Una línea, curva o borde es unidimensional. Y por último, un punto e incluso un conjunto de puntos tiene dimensión cero.

Las dimensiones que encontramos en la vida cotidiana no tienen vueltas: 0, 1, 2 ó 3. ¿Pero las cosas son de veras tan simples? ¿Cuál es, por ejemplo, la dimensión de un ovillo de hilo?

Desde lejos el ovillo luce como un punto y por tanto tiene dimensión cero. Pero a pocos metros de distancia todo vuelve a la normalidad y el ovillo es tridimensional. ¿Pero qué ocurre si nos acercamos mucho? Vemos un hilo curvado sobre sí misma. El ovillo está compuesto por una línea curva, y por tanto es unidimensional. Desde más cerca, esta línea se convierte en una columna de grosor finito, y el hilo se vuelve tridimensional. Desde más cerca aun, dejamos de ver el hilo para ver las hilachas finas que se tuercen unas alrededor de otras para formar el

hilo: el ovillo ha vuelto a ser unidimensional.

En otras palabras, la "dimensión efectiva" del ovillo sigue cambiando de tres a uno, una y otra vez. Su dimensión aparente depende de nuestra cercanía. La dimensión no es pues tan simple como parece a primera vista. Tal vez todas las dimensiones de la naturaleza sean tan engorrosas como ésta; depende de cómo las miremos.

Mandelbrot ha llegado al extremo de afirmar que su geometría fractal, cuando ilumina la inextricable relación entre el objeto y el observador, se corresponde con los otros grandes descubrimientos científicos de este siglo, la relatividad y la teoría cuántica, que también descubrieron una interdependencia entre el observador y lo observado. La medida cuantitativa —en la cual se basaba la ciencia— también queda en entredicho. La longitud de la línea costera depende de la cantidad que escojamos para medir. Si al final la cantidad es un concepto relativo —siempre implica perder de vista algunos detalles— entonces es mucho menos precisa de lo que creíamos. En lugar de una cantidad tal como la longitud, Mandelbrot propone una medición cualitativa de dimensiones fractales efectivas, una medida del grado relativo de complejidad de un objeto.

Aunque al principio resulte desconcertante admitir que los objetos naturales tienen "dimensiones efectivas", el concepto permite elaborar una dimensión fractal para una línea costera y descubrir que éste es un número fraccional mayor que uno. Si una curva o una dimensión fractal de la línea costera está cerca de uno, la costa es poco accidentada y no tiene

detalles finos. Cuanto más se aleje este número de uno, más irregular o caótica será la línea costera, y esta irregularidad persistirá en escalas cada vez más pequeñas.

¿Cómo se conectan la irregularidad y el detalle con la dimensión fractal? Imaginemos que esparcimos granos de arroz en forma uniforme sobre un mapa. Digamos que hay 10.000 granos y que esta cantidad caracteriza la bidimensionalidad del mapa. Una línea recta trazada a través de la página atraviesa sólo 200 granos, así que sólo el 2 por ciento de los granos está sobre la línea. La gran mayoría se encuentra en otras regiones del plano. Pero ahora supongamos que la línea serpea de tal modo que atraviesa cada vez más granos de arroz, llegando no sólo a los granos de arroz sino incluso a los puntos individuales del plano. A medida que se cruzan más y más granos, es evidente que la dimensión de la línea se acerca más a la de un plano (dos) que a la de una línea (uno). De hecho, las líneas fractales curvas tienen dimensiones fraccionales, tales como 1,2618, 1,1291, 1,3652 y demás. La línea costera de Gran Bretaña tiene una dimensión fractal de 1,26.

Ahora comprendemos mejor la curva fractal creada por Giuseppe Peano. Esta curva se ha vuelto tan irregular en escalas infinitamente decrecientes que su dimensión fractal es dos. ¿Por qué dos? Porque la línea de Peano tiene tantas sinuosidades que alcanza todos los puntos del plano. Sin embargo, a pesar de su extrema complejidad, de su autocontacto, nunca se cruza consigo misma.

Los fractales se suelen caracterizar por los infinitos detalles, la infinita

longitud, la carencia de inclinación (dimensión derivativa, fraccional) y la autosimilitud, y se pueden generar por iteración (como se hizo para producir la línea costera de Koch).

Ahora comprendemos por qué los fractales y los atractores extraños están tan íntimamente conectados. Recordemos que en un diagrama de espacio de fases un atractor extraño está indicado por el punto que representa el sistema. En su movimiento, el punto del sistema se pliega y repliega en el espacio de fases con infinita complejidad. Así, un atractor extraño es una curva fractal. Las formas fractales tienen autosimilitud en escalas descendientes. En los sistemas que se pliegan y estiran bajo la influencia del atractor extraño, todo movimiento simple de plegamiento del sistema representa (aunque en una instancia singular) un espejo de toda la operación de plegamiento.

Dondequiera hallemos caos, turbulencia y desorden, la geometría fractal está en juego.

Pero esto sugiere la asombrosa conclusión de que el caos y la turbulencia tienen que nacer de los mismos procesos subyacentes que generan montañas, nubes y líneas costeras, o formas orgánicas naturales tales como pulmones, sistemas nerviosos y sistemas circulatorios. Ahora podemos entender las complejas ramificaciones de un pulmón humano como un reflejo del movimiento caótico de un río en rápido flujo. Ambos emergen de un orden fractal.

En general se ha creído que las formas complejas eran generadas por un proceso complejo. Por ejemplo, se entiende que la complejidad del cuerpo humano es una manifestación de muy sofisticadas instrucciones

para el crecimiento y el desarrollo. Pero los fractales son muy complejos y muy simples al mismo tiempo. Son complejos en virtud de sus infinitos detalles y sus singulares propiedades matemáticas (no hay dos fractales iguales), pero son simples porque se pueden generar mediante sucesivas aplicaciones de la iteración simple.

UN VIAJE ESPACIAL FRACTAL

Al comprender que los fractales se generan mediante iteraciones simples, Mandelbrot sintió la inevitable compulsión de practicar su geometría iterativa en el universo de la matemática pura. Mandelbrot dice que en 1980 recibió inspiración para ello al leer algunas referencias, en una vieja biografía de Poincaré, acerca de un problema que una vez había enfrentado el fundador de la dinámica no lineal. Mandelbrot abordó el mismo problema usando su nueva geometría fractal. El resultado fue como desenterrar un diamante, aunque en este caso el diamante fue un asombroso atractor extraño matemático.

Mandelbrot empezó iterando una expresión algebraica simple en un ordenador. Esto lo lanzó en un viaje hacia la infinita lista bidimensional de números llamada plano complejo. El conjunto de números complejos que Mandelbrot exploró en este plano se llama desde entonces "conjunto de Mandelbrot", y se lo ha bautizado como "el más complejo objeto de la matemática". Mandelbrot aún sigue entusiasmado con su hallazgo.

"Este conjunto es una asombrosa combinación de absoluta simplicidad y vertiginosa complicación. Al primera vista es una 'molécula' constituida por 'átomos' enlazados, uno con forma de corazón y el otro

casi circular. Pero una mirada más atenta revela una infinidad de moléculas más pequeñas con la forma de la grande, y enlazadas por lo que yo propongo llamar 'polímero del diablo'. No me cansaría de devanear sobre la belleza de este conjunto."

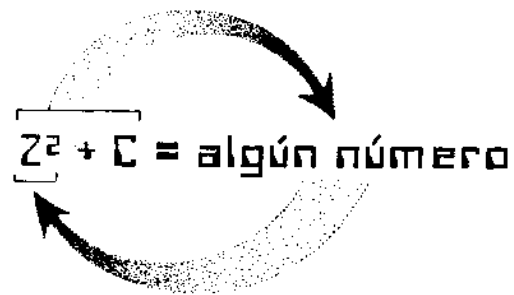
Cientos y tal vez miles de aventureros de la informática han explorado ese conjunto usando en sus ordenadores hogareños variaciones de un programa iterativo que A. K. Dewdney explicó en las páginas de *Scientific American*. Pero los exploradores del conjunto de Mandelbrot no tienen por qué temer las multitudes, como los turistas que visitan el Gran Cañón del Colorado. El extravagante paisaje de Mandelbrot —el atractor extraño matemático— es vasto, infinito, y "hay un sinfín de lugares bellos" para visitar, según dice John H. Hubbard, matemático de Cornell, quien recomienda: "Visiten la zona con la parte real entre ,26 y ,27 y la parte imaginaria entre 0 y 0.1".

La exótica invitación de Hubbard alude a coordenadas en el plano de los números complejos. Sintonizar las cifras de la ecuación es como sintonizar los mandos de una nave espacial, y envía la iteración hacia una coordenada formada por la intersección de dos partes que, por razones históricas, se llaman "real" e "imaginaria". Todo número complejo está compuesto por estas dos partes. Y todo número complejo se puede representar mediante un punto en el plano complejo. Es como encontrar Phoenix, Arizona, en un atlas hallando la intersección de la letra J con el número 10. La principal diferencia es que en el plano complejo la cantidad de intersecciones posibles es infinita y las partes reales e

imaginarias de las coordenadas pueden ser números enteros, positivos, negativos o expansiones decimales.

El sistema de propulsión que lleva el ordenador hacia el conjunto de Mandelbrot es la ecuación $Z^2 + C$. Z es un número complejo que puede variar y C es un número complejo fijo. El aventurero introduce sus dos números complejos en la ecuación e indica al ordenador que tome el resultado de la suma de $Z^2 + C$ y la próxima vez (y la próxima vez después de ésa...) lo ponga en vez de Z .

Figura 0.7



Así comienza el vuelo espacial iterativo.

El ordenador se interna zumbando en el cosmos matemático mientras el programa busca todos los números complejos de la zona que no sean tan grandes como para exceder la capacidad de cálculo del ordenador. El conjunto consiste en números complejos C para los cuales el tamaño de $Z^2 + C$ permanece finito, no importa a cuántas iteraciones se someta la ecuación.

En la pantalla del ordenador, que registra el paisaje numérico en que entramos, el conjunto de Mandelbrot aparece primero como un objeto ominoso, verrugoso y negro que

flota dentro de un conducto circular y sin fondo de puntos sobre el plano complejo. El programa que guía el viaje toma un número complejo y lo itera hasta mil veces. ¿El número permanece esencialmente igual a través de las iteraciones, se aproxima al infinito u oscila en el medio? El programa está instruido para colorear o sombrear cada punto de la pantalla de acuerdo con las respuestas que halla a estas preguntas. En las versiones en blanco y negro que siguen a continuación, los números que permanecen estables son el conjunto mismo y están coloreados de negro. Los números que la iteración acerca al infinito están coloreados de gris, y el blanco indica los números que la iteración lleva más rápidamente hacia el infinito. En el límite del conjunto, el destino de los números iterados es extraño e inquietante.*

Podemos pensar en la zona limítrofe como un terreno que se encuentra entre el mundo finito y sólido del interior negro del conjunto y la infinitud inestable de las zonas blanca y gris. Este límite es fractal.

En su libro *La belleza de los fractales*, Heinz-Otto Peitgen y Peter H. Richter describen esta zona en términos de conflicto. "El resultado de esta lucha rara vez es un simple límite entre territorios. En cambio tenemos una incesante maraña filigranada y un incesante regateo aun por las zonas más pequeñas". Estas zonas más pequeñas tienen una profundidad sin fondo porque siempre hay una

infinitud de números entre dos números cualesquiera del plano complejo. En consecuencia, los aventureros de Mandelbrot pueden descender en el pozo infinito de $Z^2 + C$, examinando el límite en detalle cada vez mayor, restringidos en sus vuelos de magnificación sólo por la potencia (es decir, la capacidad operativa) de su equipo.

El espacio que atravesamos es totalmente extraño pero turbadoramente familiar, vivido pero totalmente abstracto. El vuelo registrado en las siguientes páginas fue realizado por David Brooks, ingeniero de Prime Computer Inc., Natick, Massachusetts, y el "copiloto" fue Dan Kalikow, otro ingeniero de Prime cuyos comentarios acompañan el conjunto.

El nombre de las ilustraciones que jalonan el viaje fue asignado por Brooks o por otros viajeros que exploraron previamente estas regiones.

* El tono gris usado en las siguientes ilustraciones indica cuan lejos están los números de esta zona respecto del conjunto, y cuánto tarda el ordenador en decidir si el número está en el conjunto, según David Brooks, quien escribió el programa. Brooks dice que invirtió el orden natural de los grises para dar un mayor contraste con la zona negra de los números estables del conjunto.

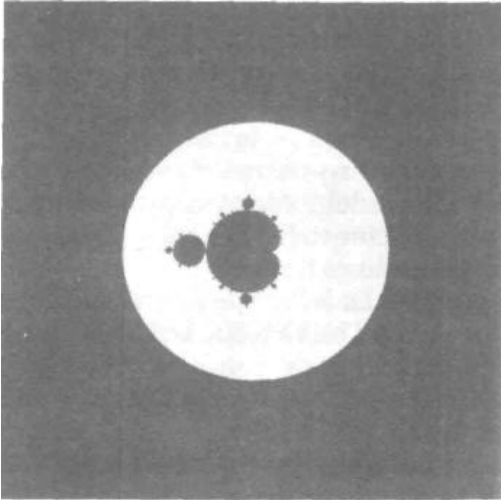


FIGURA 0.8 CUADRO 1 - VISTA DEL OJO DE DIOS

El viaje comienza muy por encima del plano complejo. En lo alto acecha un pozo que contiene el conjunto de Mandelbrot. Al igual que un fantástico objeto planetario, está envuelto en capas atmosféricas constituidas por grupos de números complejos. Los números blancos llegan a la infinitud cuando se realiza una iteración: los blancos puros van muy deprisa, los grises más despacio. Los negros están firmemente situados dentro del conjunto. A esta "altitud" no podemos ver muchos detalles.

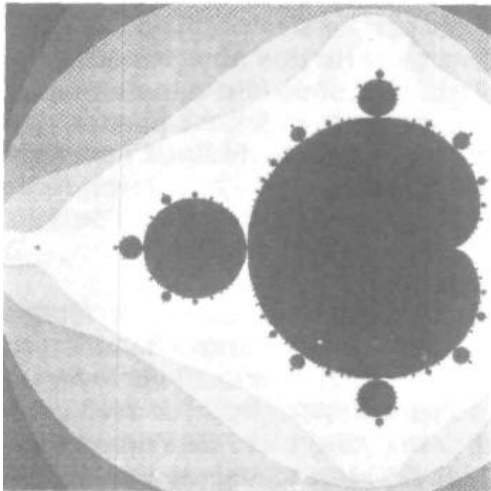


FIGURA 0.9 CUADRO 2 - CONJUNTO DE MANDELBROT

Brooks ha maniobrado con el ordenador acercándose al objeto, entrando en los límites externos de la atmósfera de Mandelbrot. Al ingresar vemos con algún detalle la envoltura atmosférica que ha formado el límite entre el conjunto y los números que lo rodean. Sondearemos la línea límite, que es fractal. Kalikow ha fijado el "tamaño" del Cuadro 2 como un punto de referencia con el cual comparar la magnificación más profunda. Esto significa que todos los cuadros siguientes son ampliaciones de este objeto de "tamaño natural".

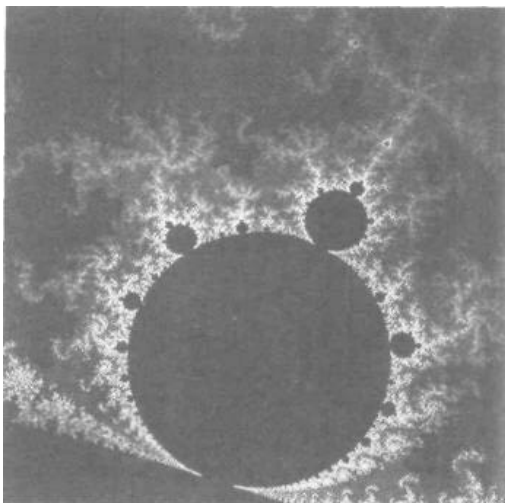


FIGURA 0.10 CUADRO 3 - CUBIERTA DE SCIENTIFIC AMERICAN

Los ingenieros de Prime se acercan a uno de los capullos. Esta imagen reproduce la cubierta de *Scientific American* que volvió famosos los fractales. Aun con esta primera magnificación estamos perdidos en la autosimilitud del objeto de Mandelbrot. Sin embargo no se trata de autoidentidad. Cada capullo y capullo de un capullo es ligeramente distinto. Nótese lo que Brooks llama un "mini-Mandelbrot" ascendiendo como un vehículo espacial encima del capullo que apunta hacia el rincón superior derecho del cuadro.

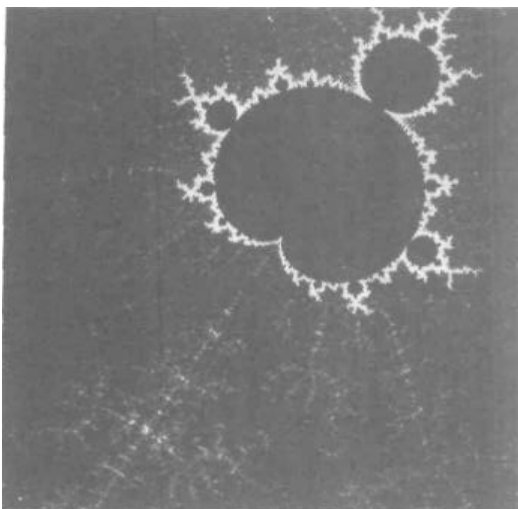


FIGURA 0.11 CUADRO 4 - MINICONJUNTO DE MANDELBROT

Ahora descendemos a velocidad vertiginosa. La magnificación es aquí de 2.500 veces el tamaño de referencia del Cuadro 2. John Hubbard y Adrián Douaday de la Universidad de París han demostrado que el conjunto de Mandelbrot está conectado, lo cual significa que todos los Mandelbrots en miniatura están ligados con el conjunto entero por filamentos. Kalikow dice que Brooks pensó que en su programa tenía "una máquina ideal para verificar empíricamente su aserto ... Así que apuntamos el microscopio a un blanco probable". El blanco es la hendidura con forma de corazón que apunta hacia abajo en la parte inferior del objeto de Mandelbrot, una zona llamada "punto de inflexión". Kalikow comenta: "Razonamos que si había un hilo que conectara esto con el 'conjunto madre' tenía que estar aquí".

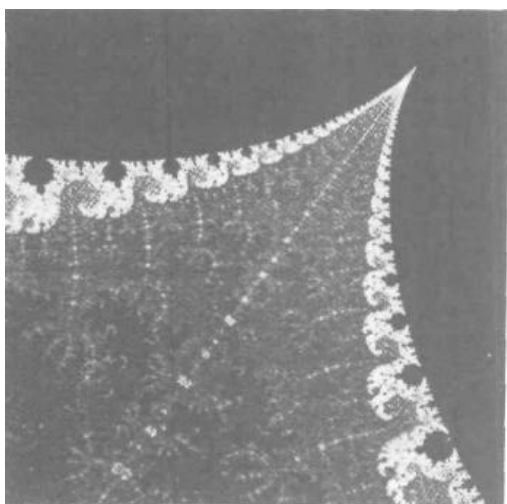


FIGURA 0.12 CUADRO 5 - FILAMENTO

Ahora estamos en una magnificación de 50.000. Pero no hay ningún filamento (que sería negro como el conjunto mismo). "Nada soluble como una línea negra", opina Kalikow. "Parecía haber algunas 'perlas' en una suerte de cordel, pero no había cordel". Nótese las estructuras que parecen crestas de olas rodando a lo largo de las dos "costas" del mini-Mandelbrot. Luego visitaremos una zona similar.

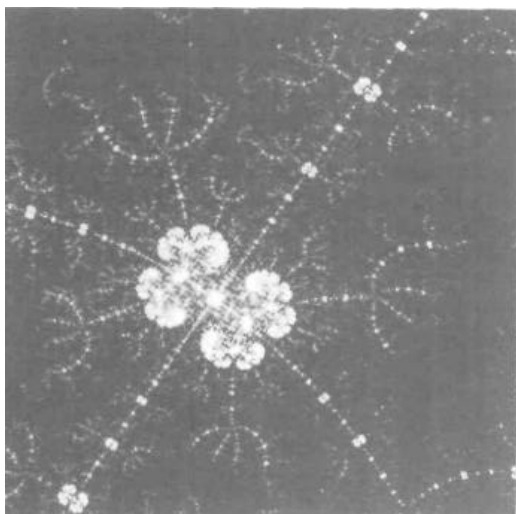


FIGURA 0.13 CUADRO 6 - PARTE DEL FILAMENTO

Bajando en nuestro vehículo-ordenador de alta velocidad hacia una de las "perlas", vemos un nuevo nivel de detalles, un cúmulo filigranado. Pero aún no hay cordel negro. La magnificación es de 833.333 sobre el tamaño original y el ordenador tardó siete horas en producirla.

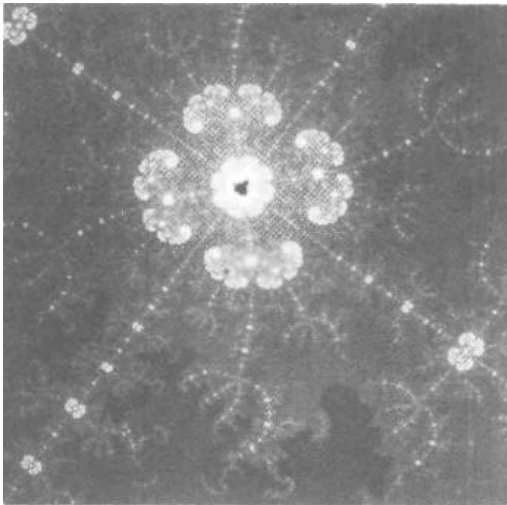


FIGURA 0.14 CUADRO 7 - PARTE DE UNA PARTE DE UN FILAMENTO

De nuevo el filamento se desvanece cuando Brooks se zambulle tras él hacia la encrucijada del cúmulo filigranado. Sin embargo, flotando en el centro como un escarabajo sagrado en el seno del pensamiento, otro micro-Mandelbrot acaba de surgir en el *scanner*.

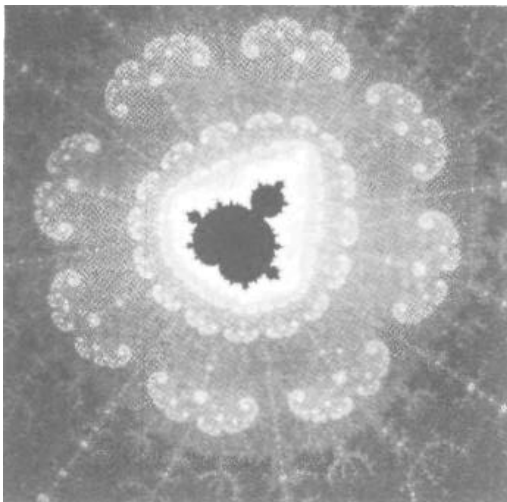


FIGURA 0.15 CUADRO 8 - ISLOTE

Descendiendo para mirar más de cerca, vemos más perlas pero ningún cordel. Magnificación: 83.333.333. Según Kalikow, resultó claro que "por pequeños que sean los pasos que demos en un intento de aterrizar en uno de los hilos, nunca podemos escribir uno con un ordenador". ¿Es una parábola? En el universo del objeto de Mandelbrot, el negro de ese hilo inhallable representa el mundo estable y finito, que a fin de cuentas también resulta infinitamente elusivo. ¿Es esto una imagen de nuestra incapacidad para especificar del todo las condiciones iniciales?

Pero pronto dejamos atrás estos pensamientos profundos y nos dirigimos nuevamente hacia la superficie, hacia una zona similar a la que vimos en el Cuadro 5, para echar una ojeada más atenta a una de las dos "costas" que asoman desde un "punto de inflexión".

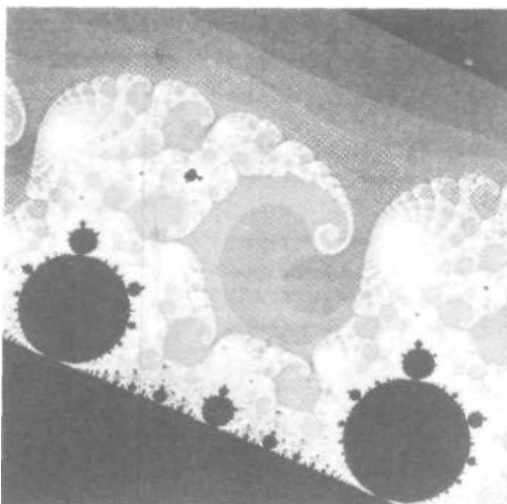


FIGURA 0.16 CUADRO 9 - OLEAJE

Majestuosas olas forman rizos y caracolas salpicadas de mini-Mandelbrots. Otra parábola. Aquí flotan islas de orden en un mar de caos, mundos dentro de mundos. ¿Estamos viendo cómo una simple iteración revela el modo en que un orden comprensible estructura el caos? ¿O el caos estructura el orden? Este es el espejo turbulento. La generación del conjunto matemático de Mandelbrot refleja cómo los sistemas reales crean y destruyen las estructuras de nuestro mundo físico.

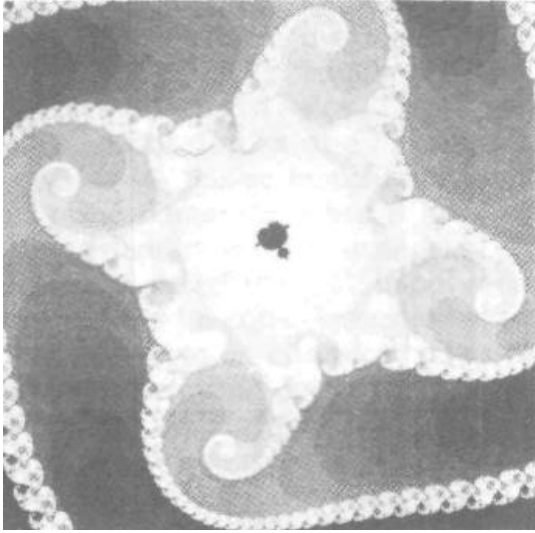


FIGURA 0.17 CUADRO 10 - NUDO GORDIANO
Iniciamos un último viaje sobrecogedor con el ordenador de Brooks hacia los sinuosos remolinos de una de las "olas" del cuadro anterior. Enfilamos hacia una zona que está alrededor de un "nano"-Mandelbrot.



FIGURA 0.18 CUADRO 11 - EL CAMINO DEL PLIEGUE EN N

La magnificación a esta profundidad es de 2.702.702.702. En otras palabras, si la referencia Mandelbrot del Cuadro 2 se ampliara a la misma escala que esta imagen, tendría 319.922 millas de lado, es decir, la distancia de la Tierra a la Luna multiplicada por uno y un tercio. Nótese el nano-Mandelbrot en el rincón superior derecho, ese extraño atractor que flota como un recuerdo persistente en un mar de infinitud blanca.

FIGURAS 0.19, 0.20. La conexión entre el abstracto conjunto matemático de Mandelbrot y la ruta al caos se puede demostrar en las dos figuras siguientes. La FIGURA 0.19 es un diagrama de una tajada del interior del conjunto de Mandelbrot. La FIGURA 0.20 de la página siguiente es el gráfico de duplicación de períodos de Robert May, del capítulo 3. Como muestra la FIGURA 0.19, los números del interior del conjunto son estables, es decir, no cambian mucho cuando se los inserta en la ecuación y se itera la ecuación. Pero hacia el límite el período numérico se duplica. Y los del límite del conjunto se lanzan hacia el caos mediante duplicación de períodos.

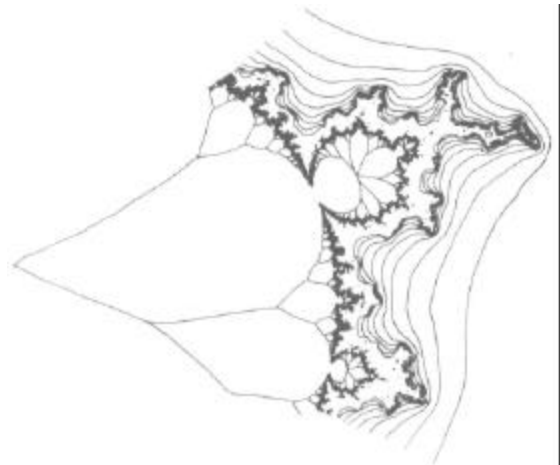
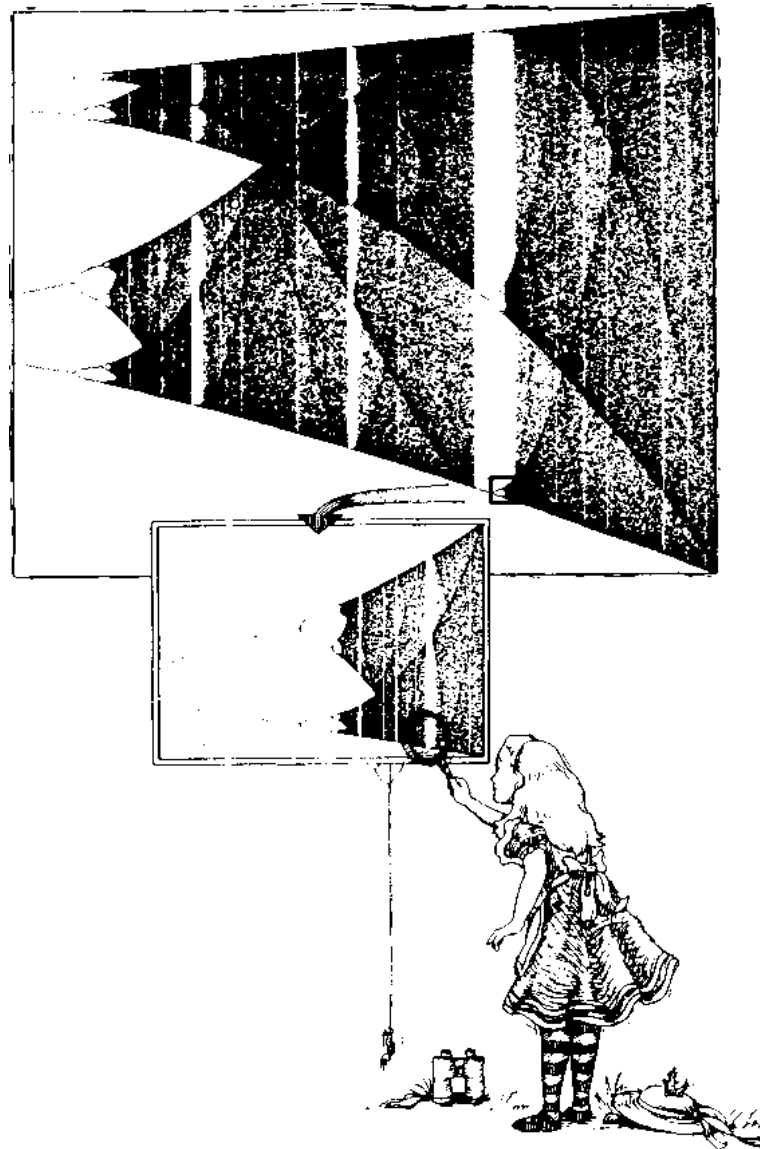


FIGURA 0.20. Si la ventana de intermitencia del gráfico de duplicación de períodos se magnifica, revela otra duplicación de períodos en el interior. Esta ventana se corresponde con los mini-Mandelbrots desperdigados en el plano complejo. Los puntos de bifurcación de la FIGURA 0.20 (donde se duplican los atractores) corresponden a los "capullos" de Mandelbrot del borde del conjunto. Recordemos que se ha descubierto que este gráfico refleja la conducta de sistemas reales tales como la población de insectos. Así que obviamente existe una conexión entre el fantástico mundo matemático del conjunto de Mandelbrot y el mundo real donde vivimos.



Al final de este viaje, Kalikow suspira que la "realidad" numérica imaginada en el conjunto de Mandelbrot es "mucho más abstracta y eterna que la mera física ... Siempre estuvo allí ... esperando a que la viéramos ... ¿Por qué las formas se manifiestan donde lo hacen? ¿Qué tienen de especial los números donde se asientan las formas negras? ¿Cómo pueden estar relacionadas? Espolvorean el plano complejo tal como las estrellas y galaxias que se apiñan en cúmulos cada vez mayores, en una infinitud de formas y niveles".

El conjunto de Mandelbrot no es la única forma fractal que se puede generar mediante la iteración de ciertas ecuaciones de lo que Brooks denomina matemática "abstracta y eterna". Se ha descubierto que muchas otras ecuaciones poseen una naturaleza fractal. La técnica llamada método de Newton, que tiene siglos de existencia, también es fractal. El método de Newton nos permite hallar las raíces de una ecuación algebraica conjeturando primero cuál es la raíz y aplicando luego el método a nuestra conjetura. El resultado es un número que se acerca más a la raíz. Luego el método se aplica a este número, y la iteración continúa de este modo hasta que uno considera que se ha aproximado a la raíz todo lo necesario.

La aplicación de esta técnica en un ordenador produce un fractal matemático cuando la conjetura inicial está cerca del límite entre dos o más de las raíces de la ecuación. El ordenador queda atrapado en la iteración y corcovea desbocadamente tratando de llegar a todas las raíces al mismo tiempo, revelando lugares donde el método de Newton se ha precipitado en el azar. El patrón creado por esta oscilación caótica es

un enjambre de formas espiraladas, que en diversas escalas y tamaños son reflejos mutuos, revelando que en el espacio que hay entre las raíces acecha un fractal, un atractor extraño matemático.

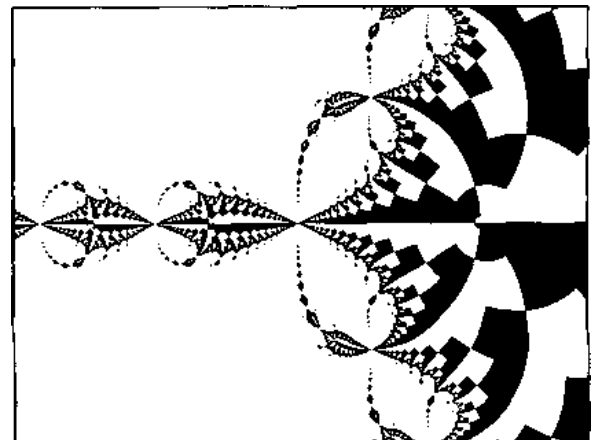


FIGURA 0.21. Un fractal hecho mediante el método de Newton, para encontrar la raíz cúbica de -1 . Una raíz se encuentra en la zona blanca. Hay otras dos raíces en la zona negra. La región limítrofe entre las tres raíces es fractal, y repite los patrones en escalas decrecientes. Cada punto del límite espiralado toca las otras tres zonas que contienen las raíces de la ecuación.

FRACTALES POR DOQUIER

Si se puede generar un mundo tan rico, complejo y creativo mediante la iteración de ecuaciones matemáticas simples (que en esencia son formulaciones simbólicas de la lógica humana), ¿podría la iteración ser una clave del potencial creativo de la naturaleza, que puede iterar cosas mucho más interesantes?

Mandelbrot dice: "Se pueden obtener formas fractales de gran complejidad con sólo repetir una simple transformación geométrica, y pequeños cambios en los parámetros de esa transformación provocan cambios globales. Esto sugiere que una pequeña cantidad de información genética puede generar formas complejas y que pequeños cambios genéticos pueden conducir a cambios sustanciales en la forma". Y añade: "El propósito de la ciencia siempre ha consistido en reducir la complejidad del mundo a reglas simples". ¿Mandelbrot abraza el reduccionismo?

En tal caso, se trata de una nueva rama del reduccionismo donde lo simple y lo complejo están entrelazados. En ese sentido, es muy diferente del viejo reduccionismo, que ve la complejidad como algo construido a partir de formas simples, tal como un edificio intrincado está construido a partir de las simples formas de los ladrillos. Aquí la iteración simple libera la complejidad oculta, dando acceso a un potencial creativo. La ecuación no es la representación de una forma, como en Euclides. En cambio, la ecuación brinda el punto de partida para la *evolución* de una forma que emerge de la realimentación de la ecuación. ¿Es la geometría fractal un espejo que revela el orden y la creatividad de la naturaleza mejor

que la geometría euclidiana?

Muchos de los fractales matemáticos que se pueden generar a partir de una iteración simple y repetida tienen gran riqueza de detalles pero son demasiado ordenados para corresponderse con las formas naturales y respaldar la afirmación de Mandelbrot según la cual la creatividad genuina puede residir en la iteración y los fractales. Sin embargo, cuando se permite una variación aleatoria en las iteraciones, de modo que los detalles varían de escala en escala, es posible emular con mayor precisión las formas y estructuras reales de la naturaleza. Esto sugiere que el crecimiento natural se produce a través de una combinación de iteración y azar. Pero ésa es sólo una parte de la historia. En los últimos años se ha aprendido muchísimo sobre geometría fractal, y los fractales han hecho muchas revelaciones acerca de la naturaleza oculta del caos y el orden en el universo natural.

La dimensión fractal de una isla de Koch se encuentra entre 1 y 2 y se corresponde con una curva irregular que comparte algunas de las propiedades de una superficie bidimensional. Pero también hay una rica variedad de fractales cuyas dimensiones se encuentran entre las de un punto (0) y las de una línea (1).

Por ejemplo, las estructuras fractales también aparecen en el ruido intermitente que hallamos en la duplicación de períodos. Aquí un amplificador no lineal nos lanza breves borbotones de estática en medio de una buena recepción. Sin embargo, cuando la estática se examina con mayor detalle, descubrimos que en ella hay capas,

períodos de silencio. Luego, en escalas aun más pequeñas, el ruido restante aún contiene lagunas de silencio. La intermitencia sin duda tiene una estructura fractal donde el detalle ruido/silencio se repite en escalas cada vez más finas.

El matemático del siglo diecinueve Georg Cantor fue el primero en describir estas estructuras intermitentes. Cantor, quien descubrió cómo contar más allá del infinito y creó números transfinitos, estaba fascinado por la cantidad infinita de puntos de una línea. Supongamos, decía Cantor, que quitamos el tercio medio de una línea, luego quitamos los tercios medios de las dos líneas restantes y seguimos quitando tercios medios *ad infinitum*. El resultado es un "discontinuo", una polvareda de puntos. Mandelbrot ha comparado esta "polvareda de Cantor" con las lagunas que se forman cuando se cuaja la leche.

FIGURA 0.22. El conjunto de Cantor desgranándose en la polvareda de Cantor.



La polvareda de Cantor tiene una dimensión fractal de 0,6309, a medio camino entre una línea y un punto. El conjunto de Cantor nos evoca las paradojas del matemático griego Zenón. La polvareda de Cantor es al mismo tiempo infinitamente divisible pero discontinua. Mandelbrot ha afirmado —y algunos físicos están de acuerdo con él— que los conjuntos de

Cantor pueden contribuir a describir la naturaleza del cielo nocturno, donde el apiñamiento de estrellas, con las correspondientes lagunas, acontece en muchas escalas, hasta llegar a los supercúmulos (cúmulos de cúmulos de galaxias). Los análisis actuales de la estructura del universo sugieren una dimensión fractal entre uno y dos. Mitchell Feigenbaum sugiere que mediante el examen de la dimensión fractal del actual estado del universo los científicos un día pueden deducir cómo era el universo en los comienzos.

Se ha descrito la turbulencia como el toro que se descompone en una serie de puntos finos. Este toro resulta ser una polvareda de Cantor con dimensión fraccional. Mandelbrot aclara la naturaleza fractal de la turbulencia al señalar que en el mundo real se produce en ráfagas, que es intermitente. En una noche tormentosa el viento amaina de golpe, luego se intensifica, arrastrando y arremolinando hojas, y luego vuelve a calmarse. Esta intermitencia de la turbulencia puede manifestarse en escalas cada vez más pequeñas. Por ejemplo, los científicos han notado que, cuando se enciende un túnel de viento, la primera turbulencia que se crea no es estable. Al principio fluctúa, y sólo cobra regularidad una vez que los gigantescos ventiladores han estado rotando durante algún tiempo. ¿Acaso esto sugiere que la estructura fractal de la turbulencia espacial tiene otra estructura fractal que varía en el tiempo? (Luego volveremos sobre el tiempo fractal).

Ahora también se cree que los caóticos patrones meteorológicos descubiertos por Lorenz son fractales. Shaun Lovejoy de la Universidad McGill piensa que la

atmósfera tiene una multiplicidad de dimensiones fraccionales. Lovejoy dice que el problema de la predicción meteorológica no consiste sólo en que la menor falta de información acerca de las condiciones actuales (la mariposa que aletea en Hong Kong) tiene un efecto acumulativo que frustra los cálculos. Señala que la red de compilación de datos del meteorólogo tiene una dimensión fraccional más baja (1,75) que las nubes, los vientos y otras fuerzas que él estudia. Así que el problema es más profundo, pues el meteorólogo nunca puede obtener los datos correctos.

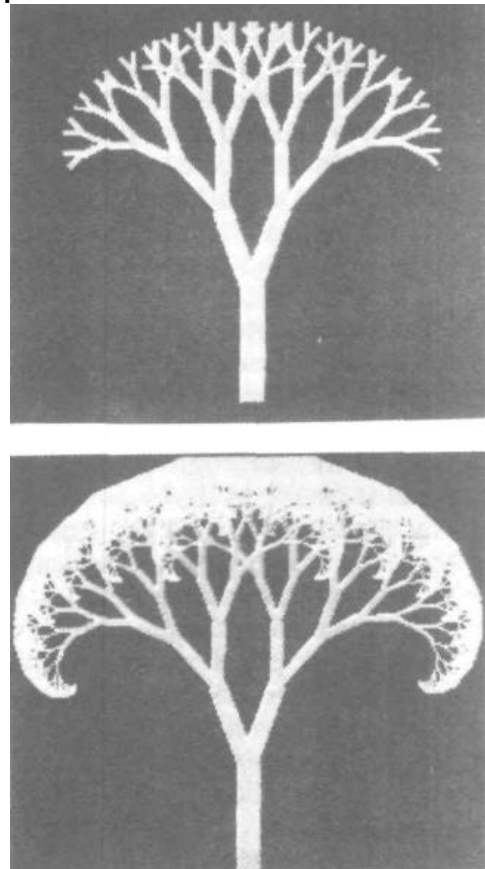
En la actualidad los físicos, economistas, biólogos, geógrafos, astrónomos, ingenieros electrónicos y anatomistas están descubriendo que un inmenso número de formas se puede caracterizar por sus dimensiones fractales. Desde el serpeo de los ríos hasta las circunvoluciones del cerebro humano, desde la estructura de las galaxias hasta los patrones de las fracturas metálicas, todo responde a la medida fractal.

El cerebro de los mamíferos pequeños es relativamente liso, mientras que el de los humanos tiene muchas circunvoluciones. La dimensión fractal característica del cerebro humano parece ser de 1,79 a 2,73. También hallamos estructuras fractales en las membranas de las células del hígado. Los huesos nasales del ciervo y el zorro ártico aumentan la sensibilidad olfativa de estos animales concentrando la mayor superficie posible en un volumen pequeño. El resultado es una estructura fractal con una dimensión fraccional constante.

La ramificación de un árbol viviente es fractal; las ramas tienen

ramas más pequeñas con detalles que se repiten hasta la dimensión de las ramitas más pequeñas. Un modo de imitar los árboles en un ordenador implica olvidar el grosor de las ramas y ver qué ocurre si se repite el mismo ángulo de ramificación en escalas cada vez menores. El método permite a los operadores reproducir una variedad de "árboles", que van desde la coliflor y el brócol hasta árboles más familiares donde la estructura fina de las ramas pequeñas parece cubrir todo el espacio disponible sin superposiciones. Los que trabajan con fractales también pueden producir diversas especies de árboles alterando el número fractal.

FIGURA 0.23. El científico inglés Michael Batty generó un árbol fractal en un ordenador. Cada rama se divide en dos para crear una copa fractal. En la decimotercera iteración (*abajo*) el árbol empieza a lucir más realista.



Pero los árboles reales tienen troncos gruesos, así que no sólo hay que tener en cuenta la longitud de las ramas sino el grosor. Leonardo da Vinci observó que las ramas se vuelven cada vez más delgadas, de tal manera que el grosor total (juntando todas las ramas) por encima de cualquier punto equivale al grosor de la rama de abajo.

Los árboles fractales indican que la geometría fractal es una medida del cambio. Cada ramificación del árbol, cada recodo de la línea costera, es un punto de decisión. Los puntos de decisión se pueden examinar en una escala cada vez más fina, y cada escala tiene nuevos puntos de decisión.

La estructura fractal de los árboles reales también está determinada por restricciones físicas: por ejemplo, cada rama debe ser tan fuerte como para soportar el peso de su madera, almacenar alimentos, drenar el agua de lluvia y evitar una excesiva resistencia ante el viento. Cuando existen varias restricciones, un solo fractal es insuficiente para describir la complejidad de la forma final. Un árbol creado mediante la iteración de una sola ecuación puede lucir complejo pero es claramente mecánico. Los fractales se vuelven más "orgánicos" cuando, en cada paso, hay una opción entre varias posibilidades de iteración, o cuando una iteración fractal particular persiste durante varias escalas de longitud y luego cambia de repente.

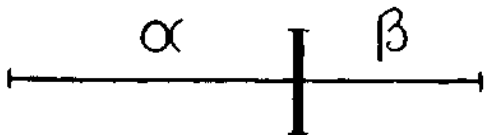


FIGURA 0.24. Los cristales de escarcha son ejemplos de los patrones fractales que nos rodean en la naturaleza.

Tomemos, por ejemplo, el sistema circulatorio humano, esa asombrosa pieza de ingeniería que consiste en un sistema de aprovisionamiento (arterias que llevan sangre rica en oxígeno) y un sistema de eliminación (venas que llevan productos de desecho). Estos dos sistemas de cañerías ramificadas provienen de una zona central de bombeo (el corazón) y deben estar dispuestos de tal modo que ninguna parte del cuerpo, ningún órgano ni tejido, esté lejos de ambos sistemas. Estas serias restricciones imponen a las venas y arterias una estructura fractal ramificada. Sin embargo, la sangre misma es una mercancía muy costosa en relación con los recursos del cuerpo; en consecuencia la sangre tiene un volumen de sólo el 3 por ciento en relación con el cuerpo. El problema es cómo lograr que el sistema circulatorio esté infinitamente cerca de cada parte del cuerpo y mantener un volumen sanguíneo total bajo. La solución de la naturaleza es una ramificación más rápida de lo que sugeriría una mera reproducción en escala. El suministro sanguíneo se bifurca entre ocho y treinta veces antes de llegar a cada parte del cuerpo y tiene una dimensión

fractal general de 3.

El pulmón es una estructura fractal particularmente esclarecedora y nos dice algo acerca del sentido de las escalas. ¿Qué es una escala? Los antiguos griegos dedujeron la escala más célebre de la historia, la medida áurea. Trazamos una línea y la dividimos de tal modo que los dos segmentos alfa y beta guarden entre sí la misma proporción que el segmento más largo con la línea entera. La proporción alfa/beta es igual a la del número irracional 1,618...



Esta proporción también se puede hallar en una serie de números que comienzan con 1, donde cada número es la suma de los dos precedentes: 1,1,2,3,5,8,13,21... La proporción de cada número con su predecesor se aproxima a la medida áurea. Esta serie, llamada números de Fibonacci, toma su nombre de un matemático italiano del siglo trece, Filius Bonacci, quien la hizo famosa.

Ciertos estudios demuestran que la proporción de longitudes de las primeras siete generaciones de los tubos bronquiales del pulmón humano siguen la escala de Fibonacci. Los diámetros de los tubos son clásicos, o Fibonacci, hasta diez generaciones. Pero al cabo de estas generaciones iniciales, las escalas cambian drásticamente.

Bruce West y Ary Goldberger han demostrado que el pulmón incorpora una variedad de escalas fractales. Este cambio de escalas otorga al pulmón mayor eficiencia. Por ejemplo, después de la vigésima iteración la ramificación se produce en una escala más pequeña

de longitud pero con el mismo diámetro de tráquea que en la iteración previa. West y Goldberger declaran: "El producto final, al cual hemos denominado 'árbol pulmonar fraccional/Fibonacci', brinda un notable equilibrio entre el orden y el caos fisiológico".

La autosimilitud fractal impregna el cuerpo de los organismos, pero no consiste en la flagrante autosimilitud de los homúnculos imaginados por la ciencia de antaño. El cuerpo es una trama de sistemas autosimilares tales como los pulmones, el sistema vascular, el sistema nervioso. *

El árbol bronquial no es sólo un producto fractal, sino que es también un "fósil" del proceso evolutivo que lo produjo. El tiempo en que creció el pulmón también debe de haber contenido diversas escalas. ¿Es autosimilar y sin embargo aleatorio, caótico? ¿Se bifurca y cambia de escalas en su iteración, como el árbol bronquial?

Nuestro reloj más íntimo, el pulso cardíaco, sigue un ritmo fractal. Cada latido es esencialmente igual que el último, pero nunca del todo igual. Una alteración en las escalas fractales normales del tiempo cardíaco puede causar una patología en dos direcciones. Si el pulso cardíaco y la respiración se vuelven demasiado periódicas (regulares), pueden conducir a una congestión cardíaca. Por otra parte, un ritmo demasiado

* Es necesario examinar todo el cuerpo para ver esta sutil autosimilitud. El sistema inmunológico y el cerebro son dos sistemas muy diferentes; cada cual tiene sus propias dimensiones fractales. Sin embargo, si el premio Nobel Gerald Edelman está en lo cierto, el modo en que el cerebro decide cuáles células responderán a un ingreso de información refleja el modo en que el sistema inmunológico decide cuál variedad de células inmunológicas responderá ante una enfermedad particular. Para un comentario acerca de la teoría de Edelman véase el final de la sección "El cerebro no lineal", en el *Capítulo 2*.

aperiódico causa la desfibrilación de un ataque cardíaco. Así el "tiempo" normal del corazón oscila en la frontera entre el orden y el caos.

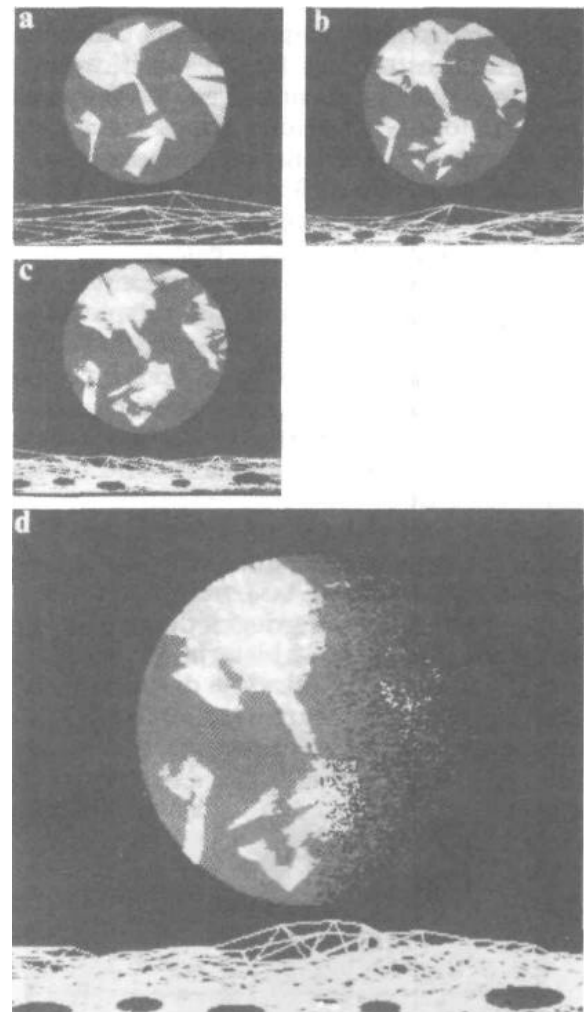
Análogamente, en las personas sanas, hay un tipo de célula sanguínea blanca llamada neutrófilo cuyo número fluctúa fractalmente. Pero en la leucemia crónica los neutrófilos se elevan y decaen en ciclos imprevisibles. West y Goldberger llegan a la conclusión de que los sistemas iterativos de los ritmos fractales son normales para el cuerpo y que "una pérdida de variabilidad fisiológica en diversos sistemas parece ser característica del proceso de envejecimiento". La salud consiste en ciclos activos de tiempo fractal.

En el pasado pensábamos que el tiempo era una vara inflexible para medir el cambio. ¿Pero es posible que el tiempo mismo evolucione y varíe como una corriente turbulenta? ¿Es el tiempo un atractor extraño? Tal vez por eso el tiempo psicológico parece estirarse o contraerse como goma, y algunos momentos parecen volar mientras que otros se arrastran. Los atractores extraños tienen autosimilitud. ¿Será por eso que la historia parece repetirse y también parece no repetirse nunca?

En el mundo real la mezcla de fractales que se despliegan en diversas escalas otorga riqueza a las formas naturales y al tiempo en que evolucionan. Análogamente, la medida fractal se ha vuelto más rica y servicial mediante la introducción del concepto de "fractal aleatorio". Aquí se usan una variedad de generadores que se pueden escoger al azar en cada escala. Los fractales aleatorios no sólo tienen intrincados detalles sino una espontaneidad e imprevisibilidad característica de los

sistemas reales. Al combinar una escala iterativa con un elemento aleatorio de nuestra opción, podemos generar líneas costeras, montañas y planetas bastante reales (aunque totalmente imaginarios) que se utilizan en el cine, el video y la publicidad.

FIGURA 0.25. Michael Batty genera este "despunte de un planeta" desplazando aleatoriamente los puntos medios de los triángulos (moviendo el punto medio a la derecha o la izquierda de un nuevo triángulo) a medida que se efectúa el proceso de iteración.



Los fractales aleatorios parecen estar estrechamente relacionados con una variedad de materiales tales como los polímeros y las superficies sólidas. Con la excepción de los cristales simples, la mayoría de los materiales que nos rodean son en cierta medida desordenados. Hasta la invención del concepto de fractal aleatorio, era muy difícil describir la apariencia y las propiedades de estos sólidos regulares-irregulares. Ahora la geometría fractal ha creado modelos no sólo de su forma física sino de los procesos mediante los cuales crecen. Los fractales aleatorios han permitido crear modelos de una vasta variedad de sistemas. Como resultado de esta matemática, la estela de un avión supersónico, la arremolinada Corriente del Golfo con su incesante ramificación en cometas que se subdividen y se vuelven a reunir, el petróleo que atraviesa la arena, las redes neurales y la difusión de un incendio forestal han aparecido en forma realista en las pantallas de los ordenadores.

Una curiosa variación en el esfuerzo para imitar la naturaleza a través de la matemática de los fractales aleatorios combina los fractales y la topología. Un equipo de científicos del Instituto de Tecnología de Georgia dirigido por el matemático Michael F. Barnsley ha descubierto un sagaz truco para reproducir en forma realista formas muy complejas, mediante un proceso llamado "transformaciones afines".

Imaginemos que dibujamos el contorno de una hoja de tamaño natural en una lámina de goma estirada y luego encogemos y torcemos la figura hasta crear una versión distorsionada y más pequeña del original. Se trata de hallar varias de estas transformaciones más

pequeñas de la hoja que se puedan superponer en un collage que tenga la forma de la hoja original de tamaño natural.

Digamos que hay cuatro versiones distorsionadas y más pequeñas de la hoja que se pueden manipular para alcanzar la forma del original de tamaño natural: cuatro transformaciones afines. Cada transformación es una fórmula matemática que indica el grado y el alcance de la distorsión de las coordenadas (contorno) de la hoja original.

Partiendo de un punto de la pantalla del ordenador, Barnsley recrea la hoja original usando sólo sus transformaciones afines y la iteración. Primero aplica una de las transformaciones a un punto. La transformación especifica un punto que está en otro lugar. Aplica otra transformación a ese lugar, y así sucesivamente. La iteración aleatoria del conjunto de cuatro transformaciones afines genera un atractor fractal que luce como la hoja original.

Lo que determina la aplicación de las reglas de afinidad momento por momento es el azar, pero el límite del proceso está establecido por las cuatro transformaciones que describen la hoja original. Por tanto, siempre aparece la hoja original cuando se lleva a cabo la iteración.

Aún debemos explorar las implicaciones que las transformaciones afines podrían tener para la morfogénesis (el modo en que se desarrolla la forma de los organismos vivos) en el mundo real. Pero en términos prácticos inmediatos, los científicos esperan que estas transformaciones les permitan deducir modos eficientes de almacenar datos complejos en la

memoria digital, de transmitir fotografías por líneas telefónicas y de simular escenarios naturales en el ordenador.

De manera que los fractales de Benoit Mandelbrot están impregnando nuestra percepción del mundo en una variedad de aspectos que van desde las nuevas técnicas de animación de imágenes hasta la geometría de una cabeza de brócol.

Su atracción es inmediata. Richard Voss, colega de Mandelbrot en IBM y también prolífico creador de paisajes fractales, declara: "Recibo muchas cartas de personas que dicen que no les interesa cómo se dibujan estas cosas, pero que las formas son bellas, intimidatorias, atractivas o repulsivas. La matemática se ha acercado mucho más a las experiencias y emociones cotidianas de estas personas".

David Ruelle dice algo similar en su trabajo seminal sobre los atractores extraños: "Aún no he hablado de la atracción estética de los atractores extraños. Estos sistemas de curvas, estas nubes de puntos, sugieren a veces fuegos artificiales o galaxias, a veces extrañas y turbadoras proliferaciones vegetales. Aquí tenemos un reino por explorar y armonías por descubrir".

¿Pero la naturaleza es de veras así? Peitgen y Richter señalan que las imágenes fractales "representan procesos que son, desde luego, simplificadas idealizaciones de la realidad. Exageran ciertos aspectos para volverlos más claros. Por ejemplo, ninguna estructura real se puede magnificar repetidamente una cantidad infinita de veces y sin embargo lucir igual". En la naturaleza, al cabo de pocas iteraciones surge un nuevo orden.

Pero la geometría fractal *no* se propone ser una representación

exacta de la complejidad. Precisamente de eso se trata.

El antiguo filósofo griego Anaxímenes recibe el nombre de padre de la ciencia porque fue el primero en sugerir que las diversas cualidades de las cosas son causadas por diversas cantidades de sus elementos. El uso de diferencias cuantitativas para explicar diferencias cualitativas ha constituido un rasgo definitorio de la ciencia desde entonces. La geometría fractal, como la teoría de las catástrofes de Thom y las otras mediciones del cambio, involucra un abandono de esa antigua tradición.

Los científicos del cambio han aprendido que la evolución de los sistemas complejos no se puede seguir en forma causalmente detallada porque tales sistemas son holísticos: todo afecta todo lo demás. Para comprenderlos es preciso penetrar en su complejidad. La geometría fractal brinda precisamente una imagen de las *cualidades* del cambio.

Al principio puede parecer "antinatural" ver de esta manera porque nuestra percepción del mundo aún está muy influida por la estética de los filósofos griegos, las nociones de las ideas platónicas y las formas euclidianas. Estamos habituados a seleccionar formas tales como líneas paralelas, círculos, triángulos, cuadrados y rectángulos en la naturaleza o en el arte. Nos parece obvio que la música y el arte se basen en simetrías y relaciones básicas. Sin embargo, a medida que nuestra percepción científica desentraña la naturaleza íntima del caos y los complejos y sutiles órdenes de los sistemas vivientes —ríos que fluyen, galaxias que rotan, luz y sonido, crecimiento y

decadencia—, comenzaremos a advertir cuan estáticas y limitadas son las ideas platónicas y euclidianas. Los órdenes regulares y simples son excepciones a la naturaleza en vez de reglas. Los verdaderos arquetipos naturales quizá se acerquen más a los atractores extraños de Ruelle y a los fractales de Mandelbrot que a los sólidos de Platón.

Los atractores extraños y los fractales inducen un profundo reconocimiento, algo emparentado con el fascinante reconocimiento que suscitan las intrincadas figuras del arte celta de la Edad del Bronce, los complejos diseños de una vasija ritual Shang, los motivos rituales de los indios americanos de la Costa Oeste, los mitos acerca de los laberintos, los juegos infantiles de lenguaje iterativo o los patrones de los cánticos de los llamados pueblos "primitivos". Las armonías regulares del arte occidental clásico resultan casi aberrantes comparadas con estas formas. Pero cuando miramos el arte más grandioso advertimos que aun en las formas clásicas siempre hay un dinamismo del caos dentro de la serenidad del orden. Todo gran arte explora esta tensión entre el orden y el caos, entre el crecimiento y la estasis. Los órdenes del caos, el crecimiento y la estabilidad parecen enfrentarnos con algo que está sepultado en los cimientos de la existencia humana.

La profundidad de ese enfrentamiento está sugerida por el trabajo pionero del psiquiatra Montague Ullman y otros, el cual indica que aun la estructura de nuestros sueños puede ser fractal. Los investigadores creen que la "historia" del sueño contiene repeticiones de las preocupaciones centrales del soñante. Se pueden

hallar reflejos de estas preocupaciones tanto en la "historia" general como en sus detalles más finos.

Tal vez uno de los atractivos del fractal consista en que cada una de sus "partes" es una imagen de la totalidad, una imagen en el espejo.

Hace unos años, el físico del espejo David Bohm propuso otra imagen científica para comunicar una nueva visión holística de la naturaleza: el holograma.

Un holograma se crea atravesando con brillante luz láser (luz de una sola longitud de onda) un espejo semiazogado. La mitad del haz láser se dirige hacia una placa fotográfica. La otra mitad rebota en un objeto y luego se proyecta en la placa. Las dos mitades del haz se encuentran en la placa e interfieren entre sí. El patrón de interferencia queda registrado en la placa y luce como una imagen fina del patrón ondulatorio creado por los guijarros que arrojamos a un estanque.

Cuando luego se proyecta un rayo láser a través de la placa, una imagen del objeto fotografiado se despliega a partir del patrón ondulatorio y se proyecta tridimensionalmente en el espacio. El espectador puede caminar alrededor de este objeto ilusorio y verlo desde diversas perspectivas tal como vería un objeto real. El objeto entero está registrado en el patrón de interferencia. Si cortamos un fragmento del holograma y atravesamos el fragmento con el rayo láser, también obtenemos una imagen del objeto total, aunque tal vez esta imagen no sea tan precisa. Este efecto holístico es análogo a la autosimilitud de un fractal, y repite la forma del todo en diversas escalas.

FIGURA 0.26. Patrón autosimilar en el espejo de Desborough, fabricado por los celtas, probablemente en el primer siglo de nuestra era.



Bohm usa el holograma para ilustrar su afirmación de que la luz, la energía y la materia de todo el universo están compuestos por patrones móviles de interferencia que llevan literalmente la marca de todas las demás ondas de luz, energía y materia con que han estado en contacto, directa o indirectamente. En otras palabras, cada parte o ejemplo de energía y materia lleva en código una imagen del todo.

Para Bohm, los hologramas describen la construcción profunda de la materia y el movimiento de la energía. Los fractales de Mandelbrot describen las formas que cobra la

materia y los procesos ordenados y caóticos que transforman esas formas. Ambos parecen sugerir que cada parte o fenómeno del mundo físico representa un microcosmos del todo.

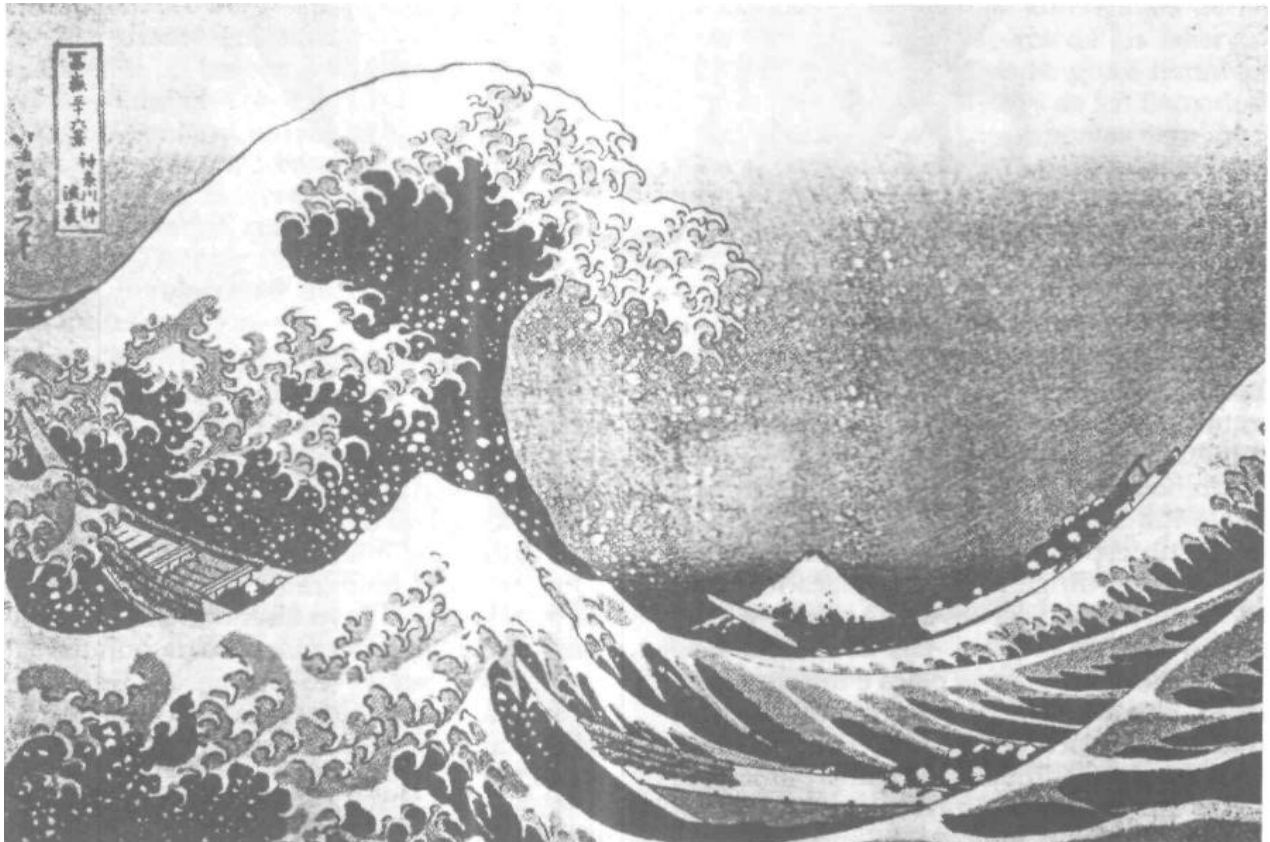
Los fractales constituyen un sistema descriptivo y una nueva metodología para una investigación que sólo acaba de empezar. También pueden ser, como el holograma, una nueva imagen de la totalidad. En las próximas décadas los fractales sin duda revelarán cada vez más acerca del caos oculto dentro de la regularidad y acerca de los modos en que la estabilidad y el orden pueden nacer de la turbulencia y el azar

subyacentes. Y revelarán más acerca de los movimientos de la totalidad.

En su pintura *La gran ola*, el pintor japonés del siglo dieciocho Katsushika

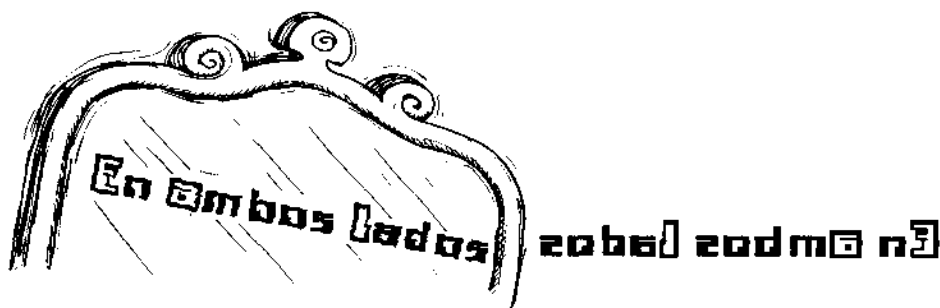
Hokusai capturó bellamente todos estos aspectos del mundo fractal en el cual estamos por entrar.

FIGURA 0.27



*El Emperador Amarillo fue a pasear al norte de las Aguas Rojas, subió las
cuestas de K'un-lun y miró hacia el sur. Cuando llegó a casa, descubrió
que había perdido su Perla Oscura. Envío a Conocimiento en busca de
ella, pero Conocimiento no la encontró. Envío a Li Chu, de ojos agudos, a
buscarla, pero Li Chu no la encontró. Envío a Debate Conflictivo a
buscarla, pero Debate Conflictivo no la encontró. Al final contrató a
Amorfo, y Amorfo la encontró.
—¡Qué extraño! —exclamó el Emperador Amarillo—. ¡Al final fue
Amorfo quien pudo encontrarla!*

CHUANG TZU



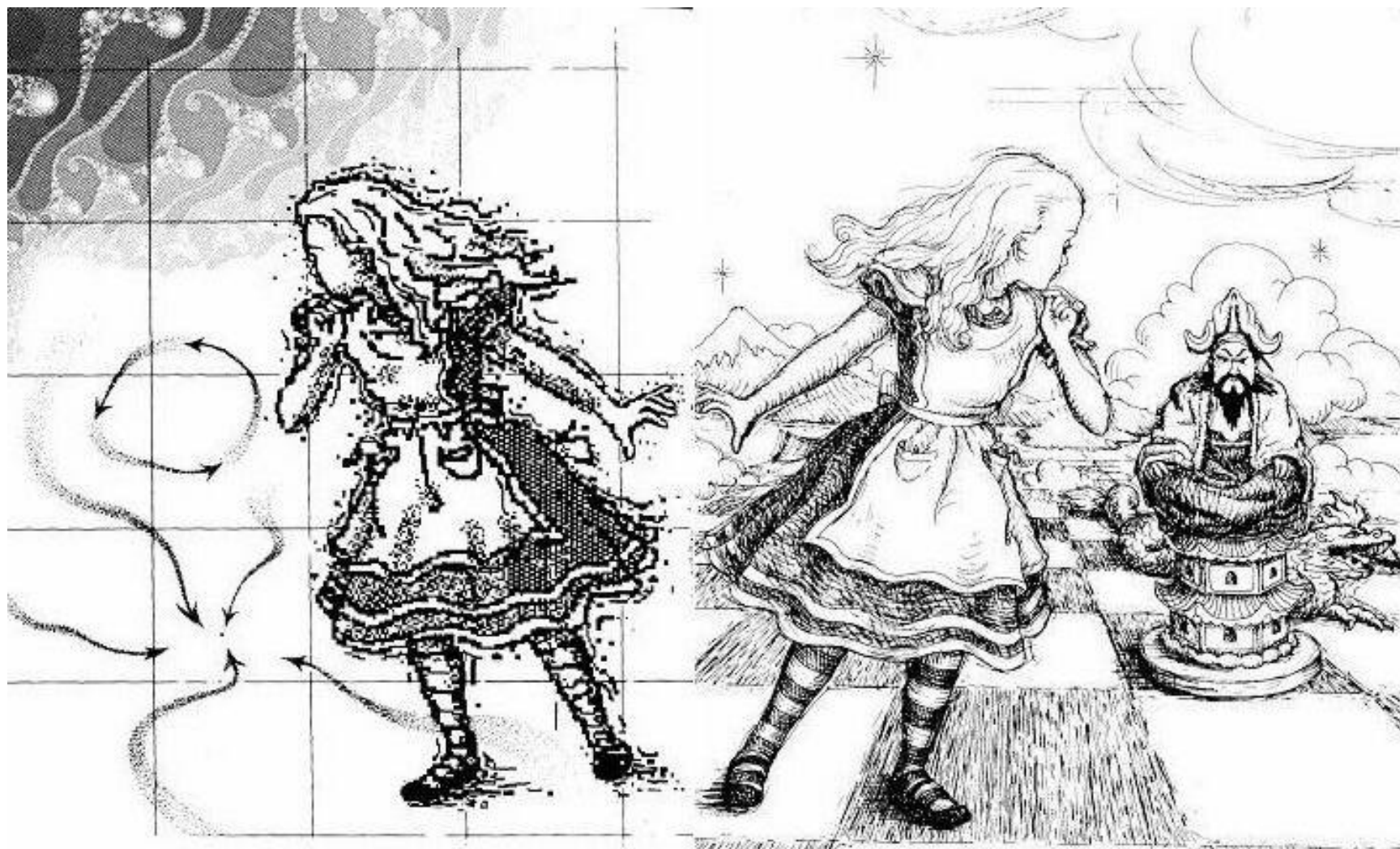
CAPITULO O

Hemos *atravesado el portal del espejo. Aquí, del otro lado, todo luce distinto. En el paisaje del primer lado del espejo vimos cómo la iteración puede arrastrar sistemas simples y aparentemente estables hacia el caos. En el terreno de este lado veremos cómo el caos genera orden estable. Aquí contemplaremos extraños paisajes tales como olas mágicas que pueden viajar miles de kilómetros sin cambiar de forma; abordaremos la realimentación y la cooperación como un nuevo concepto de la evolución; y atisbaremos el orden secreto del arte. De este lado del espejo veremos cómo la iteración, la bifurcación, los valores críticos, los fractales y la no linealidad se aplican no sólo a los sistemas en desintegración sino a los sistemas emergentes, desde los vórtices y los astros hasta el pensamiento humano. Aun nuestra visión del Emperador Amarillo cambiará. Del otro lado del espejo parecía ser el custodio del reduccionismo, pero aquí parece haber conocido desde siempre una visión más holística. Esas contradicciones no le importan, tal vez porque es taoísta.*

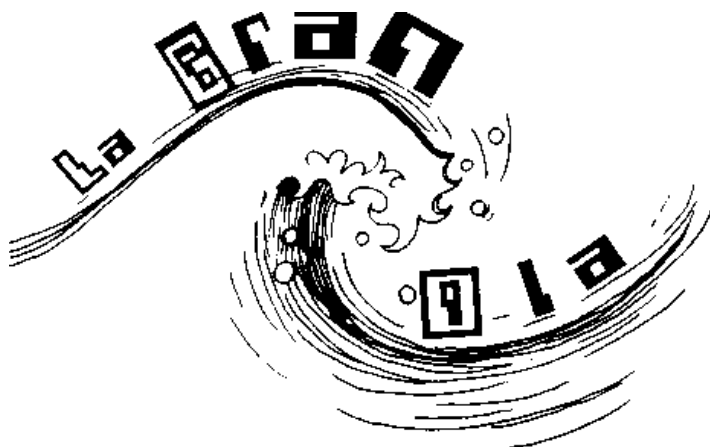
- A. *Un orden violento es desorden: y*
- B. *Un gran desorden es orden.*
- Ambas cosas son una.*

WALLACE STEVENS
"CONOCEDOR DEL CAOS"

DEL CAOS AL ORDEN



Capítulo 4



El aire se abre paso por doquier, el agua atraviesa todo.

"EL EMPERADOR AMARILLO"
LIEH-TZU

LA OBSESIÓN DE JOHN RUSSELL

Si arrojamamos una piedra al centro de un lago, la perturbación pronto se propaga y se disipa. Si tratamos de dar forma de montículo al agua de la bañera, se nos escurre en cuanto la recogemos. La disolución está en la naturaleza del agua.

Por eso fue tan notable la experiencia del ingeniero escocés John Scott Russell un día de agosto de 1834. Russell cabalgaba a lo largo del Union Canal cerca de Edimburgo. Entonces,

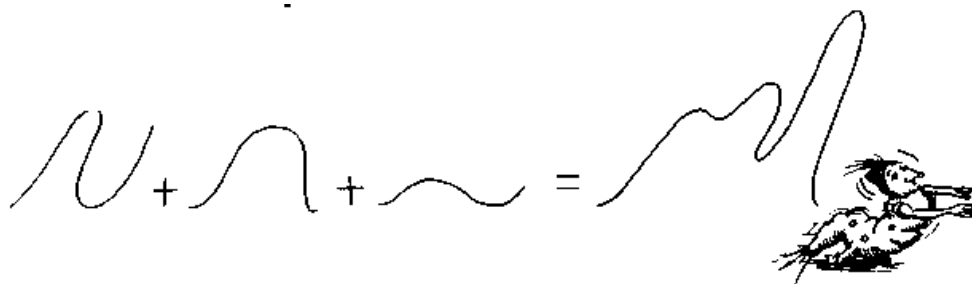
Observaba yo una barcaza que se desplazaba rápidamente, arrastrada por un par de caballos, a lo largo de un angosto canal cuando la barcaza de pronto se detuvo, sin que se detuviera la masa de agua del canal que la embarcación había puesto en movimiento; el agua se acumuló alrededor de la proa en un estado de violenta agitación y de pronto dejó la nave detrás, rodó hacia adelante con gran velocidad, cobró la forma de una gran elevación solitaria, un montículo

de agua redondeado, liso y bien definido que continuó su curso a lo largo del canal sin cambiar de forma ni disminuir la velocidad. La seguí a caballo, y cuando la alcancé aún rodaba a doce o trece kilómetros por hora, conservando su contorno original, de diez metros de longitud y de treinta a cincuenta centímetros de altura. La altura se redujo paulatinamente, y al cabo de una persecución de un kilómetro la perdí en las sinuosidades del canal.

Russell era ingeniero y diseñador naval. Sabía que era inusitado que una ola continuara su camino a una velocidad constante sin cambiar de forma, sin desintegrarse en un estallido de espuma, sin dividirse en muchas ondas más pequeñas, sin perder la energía, sino rodando hasta que él ya no pudo seguirla.

Esa ola antinatural, que hoy llamamos "solitón", u ola solitaria, preocupó, obsesionó y desconcertó a Russell por el resto de su vida. Se

Figura 4.1. Sumando ondas sinusoidales para describir una ola más complicada.



transformaría en la base de su revolucionario diseño para el casco de los buques. En nuestros tiempos, se convirtió en un concepto relevante para todas las ciencias.

Para comprender qué tiene de notable la ola solitón, tenemos que examinar detalladamente qué ocurre con una ola común en un canal muy profundo.

Los físicos han diseñado una técnica que les permite describir toda forma compleja, tal como una ola, como si estuviera compuesta por una combinación de ondas sinusoidales. Una senoide es la forma más simple que puede cobrar una onda u oscilación. Cada senoide se caracteriza por su frecuencia o su cantidad de vibraciones por segundo. Cuando se suman varias sinusoides simples, producen una forma más compleja. Un sintetizador musical electrónico funciona según este principio. El sintetizador puede reproducir el sonido de cualquier instrumento musical sumando varias oscilaciones sinusoidales puras, cada cual de diversa frecuencia.

El bulto de agua que configura una ola en la superficie de un canal está compuesto por varias sinusoides, cada cual de diversa frecuencia. En el agua, las olas de diversas

frecuencias viajan a diversa velocidad. Como nada mantiene unidas estas frecuencias, el bulto de la compleja ola cambia de forma; la cresta asciende y alcanza el cuerpo principal. La desintegración de las olas en perturbaciones menores y finalmente en caos se conoce como dispersión. Las olas sufren dispersión porque en un mundo lineal las sinusoides individuales son independientes unas de otras. Pero la ola que vio John Russell no sufrió dispersión. ¿Por qué?

Ahora los científicos saben que la ola que observó Russell debía su estabilidad a interacciones no lineales que mantenían unidas las sinusoides individuales. Estas no linealidades acontecían cerca del fondo del canal e hicieron que las sinusoides individuales se realimentaran recíprocamente, creando lo inverso de la turbulencia. En vez de formar aguas oscilantes cada vez más fragmentadas, las sinusoides se acoplaron en un valor crítico. Mientras una senoide intentaba acelerar para escapar del solitón, su interacción con las demás la retenía.

Pensemos en una maratón donde miles de corredores están juntos al partir. En cuanto empieza la carrera,

los corredores se empiezan a separar y al cabo de un rato el conjunto se dispersa. Esto es lo que ocurre con una ola común. Pero una ola solitón es como los mejores corredores de la carrera. Kilómetro tras kilómetro permanecen unidos por la realimentación. En cuanto uno intenta apartarse, los demás lo alcanzan y el grupo permanece intacto.

Un solitón nace en el borde. Si hay demasiada energía en la interacción inicial, la ola se desintegra en turbulencia. Si hay demasiada poca energía, la ola se disipa. De este lado del espejo, las interacciones no lineales en valores críticos no producen caos, sino formas autoorganizativas espontáneas.

Russell no sabía por qué se había formado esta ola solitaria, pero construyó un tanque de ondas experimental en el jardín y trabajó con embarcaciones del canal. Pronto descubrió cómo generar a voluntad lo que él llamaba "ondas de traslación", y notó que la velocidad siempre guardaba relación con la altura. Esto significaba que una ola alta y delgada podía perseguir y alcanzar a una ola baja y gorda. También descubrió que la existencia de estas olas estaba relacionada con la profundidad del canal. Si el Union Canal hubiera sido mucho más profundo, tal vez Russell nunca habría visto su solitón.

Con notable perspicacia, Russell advirtió que la significación de la onda de traslación debía de extenderse mucho más allá del Union Canal. Pudo usar principios de la onda para mostrar que el sonido de un cañón distante siempre se oye *antes* que la orden de disparar porque el sonido del cañón se mueve como un solitón u onda solitaria y así viaja más deprisa. Usando el principio del solitón pudo

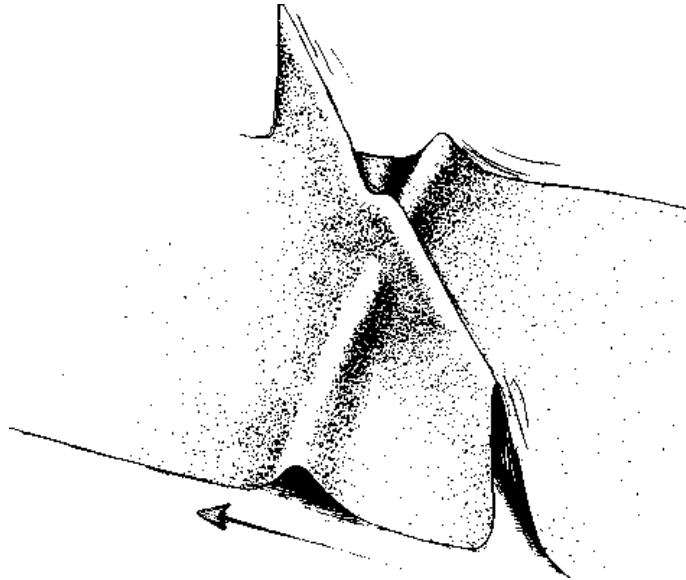
calcular correctamente la profundidad de la atmósfera, e incluso intentó usarlo para determinar el tamaño del universo. En el momento de su muerte, en 1882, Russell estaba trabajando en un libro, *La onda de traslación*, que fue publicado póstumamente por su hijo.

Los contemporáneos de Russell encontraron escaso mérito en estos trabajos. Creían que su obsesión con la onda de traslación lo había llevado a lo que un crítico denominó "exóticas e infundadas especulaciones". Los textos sobre movimiento ondulatorio publicados en el siglo pasado apenas mencionaban la rareza descubierta por Russell.

Sin embargo, diez años después de la muerte de Russell, los matemáticos holandeses D. J. Kortweg y C. de Vries escribieron la ecuación no lineal —llamada ecuación KdV— que contiene como solución la onda de Russell. Pero esto tampoco produjo un gran impacto. Aunque se la reconoció como un instrumento matemático útil, no se la consideró de gran importancia para el resto de la física.

La ecuación KdV confirmaba las observaciones de Russell acerca de lo que ocurre cuando chocan dos solitones. Esto está respaldado por modernas observaciones en tanques de agua y por modelos informáticos. Un solitón alto, delgado y encorvado alcanza a su primo más gordo y las dos olas se encuentran y se amalgaman por un tiempo. Lo que sucede a continuación es asombroso. El solitón combinado se separa de tal modo que la ola más rápida y más alta sigue viaje a su velocidad original, dejando atrás la ola gorda y baja. Este acontecimiento, visto con movimiento acelerado, causa la impresión de que la ola más rápida simplemente pasara

Figura 4.2. Un solitón corto atravesando un solitón alto.



a través de la más lenta como en un efecto especial de Hollywood.

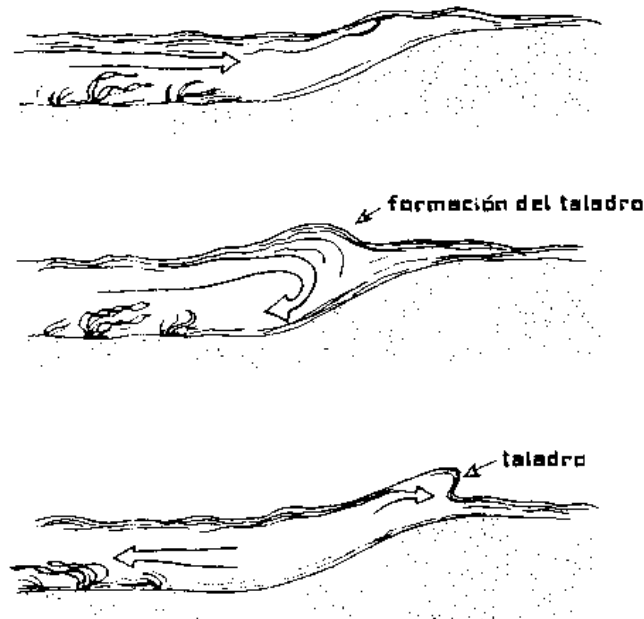
Allí donde se cruzan los dos solitones, no hay separación entre una ola y otra, pero las dos olas emergen intactas. ¿Esto indicaría que hay una suerte de memoria en los acoplamientos no lineales, que las olas recuerdan su orden anterior? Ya hemos visto una memoria no lineal en la intermitencia.

La ecuación KdV también describe a un pariente del solitón de Russell, el taladro marino. En el río Severn de Gran Bretaña, mareas excepcionalmente altas impulsan una masa de agua por la desembocadura del río, con forma de embudo, y luego cuesta arriba por el suave declive del estuario. Cuando la diferencia entre la marea alta y la marea baja llega a los 6 metros, una enorme masa de agua es arrojada hacia el río donde el lecho en declive actúa para convertir la crecida en un solitón. Un resultado de este taladro

marino es que el flujo del río se invierte y el agua comienza a circular río arriba.

En el río Amazonas se han visto taladros de 8 metros de altura que viajaron más de 700 kilómetros. En la Bahía de Fundy, Nueva Escocia, los taladros alcanzan 10 metros de altura. Se encuentran taladros marinos en toda la Tierra, con una altura que oscila desde unos pocos centímetros hasta murallas de agua de decenas de metros de altura.

Figura 4.3. Formación de una ola taladro



MAS OLAS Y UNA MANCHA ROJA

En la década de 1970, cuando los solitones salieron del desván científico para transformarse en la última moda, los investigadores exploraron otras no linealidades acuáticas. Henry Yuen y Bruce Lake del TRW Defense and Space Systems Group advirtieron que en 1890 el famoso matemático y físico sir George Stokes había hecho un valioso aporte al tema. Las investigaciones teóricas de Stokes indicaban que era un simplismo aplicar el principio de la dispersión lineal a aguas muy profundas porque en el océano había que tomar en cuenta la no linealidad. Por ejemplo, a diversas profundidades hay que considerar los efectos de la gravedad. Usando los términos no lineales de Stokes, Yuen y Lake crearon una prima de la ecuación KdV; ella muestra que, aunque los solitones de aguas profundas no exhiben esa simple relación entre altura y velocidad propia del solitón de Russell, no obstante pueden desplazarse por

grandes distancias sin ningún cambio de forma, y pueden sobrevivir a colisiones. Se han tomado fotografías satelitales de estos solitones. (Véase la *Figura 4.8*. Recuerde en qué lado del espejo se encuentra usted: la figura que busca está en este capítulo.)

El solitón acuático más violento del mundo es sin duda el tsunami u ola sísmica. Aunque el tsunami se produce en el océano, matemáticamente recibe el mismo trato que una ola en aguas poco profundas, la ola de un canal. Ello se debe a que la enorme longitud de onda (es decir, la distancia entre las crestas) del tsunami puede tener cientos de metros, una dimensión que excede sobradamente la profundidad del océano.

Los tsunamis se forman cuando una fuerte conmoción sísmica sacude el lecho oceánico. La ola, que tiene escasos centímetros o metros de altura, puede viajar intacta por el mar durante miles de kilómetros. A causa

de su gran longitud de onda, una ola puede tardar una hora en pasar por determinado lugar. Un buque que pasa a través de un tsunami sólo experimenta una ligera elevación durante varias decenas de minutos, y sólo los instrumentos más delicados pueden detectar la ola.

El problema humano comienza cuando el tsunami llega a la plataforma continental. En aguas menos profundas, los efectos no lineales del lecho oceánico actúan para acortar la longitud de onda de la ola e incrementar su altura. El resultado es pavoroso. El solitón de escasos centímetros o metros de altura se convierte en una montaña de 30 metros de agua que se estrella contra las costas y los puertos. El tsunami que mató a millares en Lisboa en 1775 indujo a muchos autores de la Ilustración a cuestionar la existencia de un Dios benévolo. En 1702 un tsunami ahogó a más de 100.000 personas en Japón, y el solitón sísmico creado por la explosión volcánica de la isla de Krakatoa en 1882 mató a millares.

Si los solitones se producen en el agua, ¿por qué no en el aire? ¿Podría haber pulsaciones estables en la atmósfera que se propagaran intactas por grandes distancias?

Tal vez el primer solitón atmosférico documentado sea la masa de aire frío que se desplazó por Kansas el 19 de junio de 1951. Un súbito cambio en la presión de aire se desplazó a lo largo de una inversión de temperatura a una altura de casi dos kilómetros. Los testimonios indican que el frente del solitón tenía más de ciento cincuenta kilómetros de longitud y viajó a casi 20 kilómetros por hora durante varios cientos de kilómetros. Una pulsación de semejante estabilidad y

constancia tiene que haber sido el resultado de no linealidades que acoplaron las perturbaciones atmosféricas y les impidieron disiparse.

En años recientes, los meteorólogos han iniciado un atento estudio de los solitones atmosféricos y aprendieron que se presentan en dos formas. Una es el solitón E u "onda de elevación", análoga a la onda acuática de Russell. La otra es el solitón D u "onda de depresión", una especie de antisolitón.

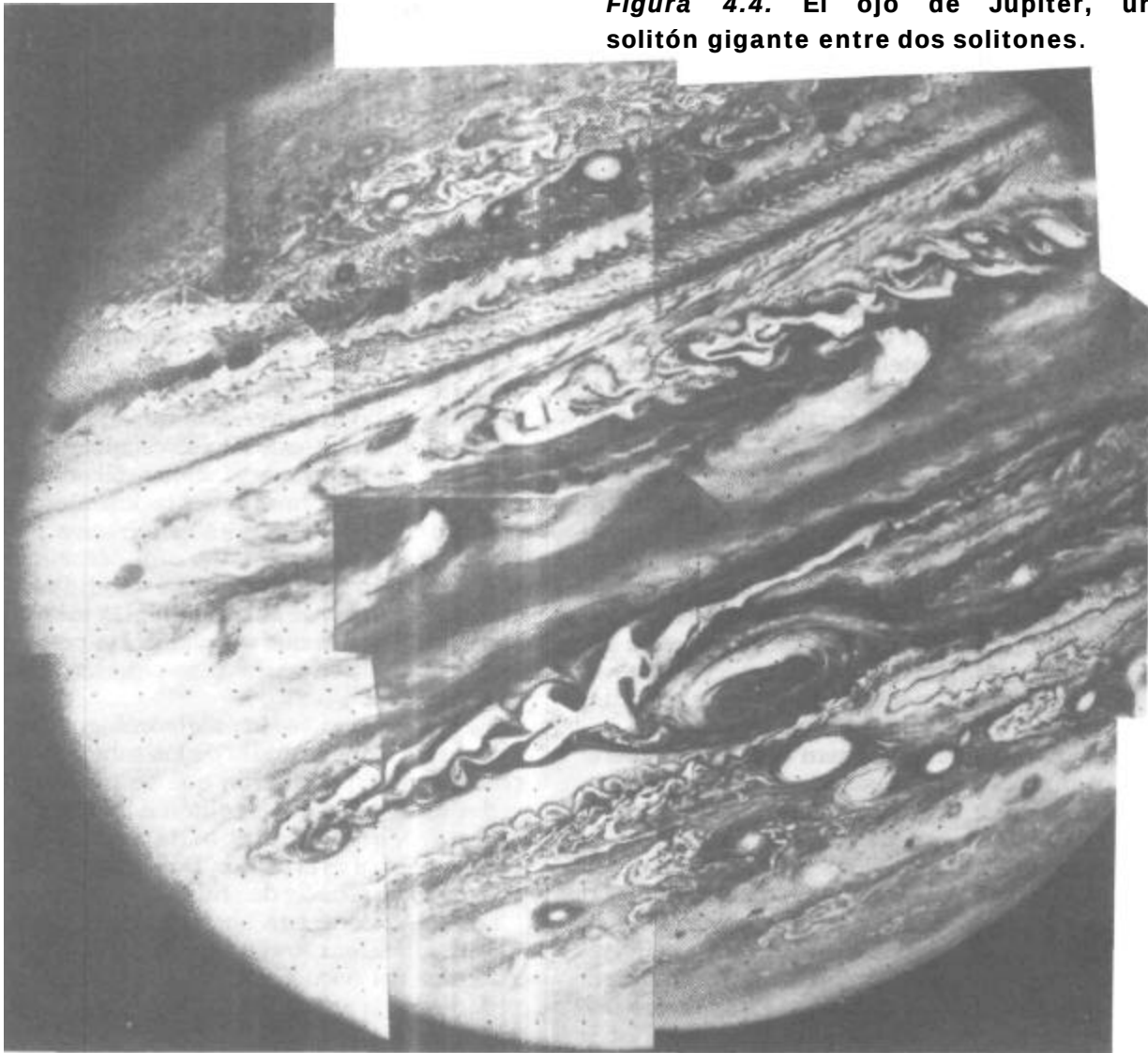
Los solitones se han observado no sólo en nuestra atmósfera sino en las de otros planetas. Cerca del risco Tharis de Marte, las propiedades de la atmósfera sufren un leve cambio en las mañanas de fines de primavera y principios del verano. El resultado es una perturbación con forma de taladro que barre el risco.

Tal vez el solitón más famoso de cualquier especie esté en Júpiter.

En 1664 el científico inglés Robert Hooke observó una mancha rojiza en la superficie del planeta gigante. Se realizaron nuevos avistamientos en los siguientes cincuenta años, pero entre 1713 y 1831 no se consignaron nuevas observaciones. Sin embargo, durante la segunda mitad del siglo diecinueve este rasgo de la atmósfera del planeta cobró creciente prominencia.

La mancha está situada en el hemisferio meridional, debajo del ecuador del planeta, y es tan grande que adentro podríamos arrojar la Tierra. La idea de que la gigantesca mancha roja fuera una montaña o meseta se desechó cuando los científicos advirtieron que la superficie de Júpiter no es sólida; está compuesta por gases comprimidos, licuefactos. También se descartó la teoría de que la

Figura 4.4. El ojo de Júpiter, un solitón gigante entre dos solitones.



mancha fuera una extensión de hielo. La Gran Mancha Roja, como se la bautizó, tiene que ser atmosférica, pues aunque mantiene una latitud constante su longitud varía a medida que la mancha se desplaza alrededor del planeta. Una gran perturbación de semejante longevidad planteaba un enigma considerable para los científicos planetarios. También se han descubierto otras manchas en Júpiter, y en Saturno hay una que tiene un cuarto del tamaño de la mancha roja joviana.

¿Cómo puede un remolino atmos-

férico permanecer estable durante siglos? Los vientos predominantes encima y debajo de la Mancha Roja viajan en direcciones opuestas a 100 metros por segundo, pero la mancha se desplaza sólo unos metros por segundo. La mancha se sostiene entre dos corrientes de aire de alta velocidad como una bola rodando entre dos manos.

En 1976 dos científicos de la Universidad de California sugirieron que la Gran Mancha Roja es un enorme solitón E, una onda no lineal de elevación que está atrapada entre dos

solitones D.

Según este modelo, la Gran Mancha Roja no es muy profunda; flota en la parte superior de la atmósfera joviana. Hubo datos que respaldaron la definición de la Gran Mancha Roja como solitón a partir de observaciones de la Depresión Tropical del Sur, otro rasgo prominente de la atmósfera joviana, que se ha conocido durante varias décadas y parece ser un solitón D. Para sorpresa de los astrónomos, en la década de 1950 esta perturbación se acercó a la mancha roja, pareció entrar en ella y desaparecer, sólo para reaparecer intacta del otro lado. En el mundo lineal tal conducta sería totalmente imprevista, pero como magia no lineal es cosa de todos los días.

Con mayor potencia informática, los científicos han podido reproducir esta magia en modelos y experimentos. En 1988, Philip S. Marcus del Departamento de Ingeniería Mecánica de la Universidad de California verificó una teoría acerca de los gigantescos vórtices solitones de Júpiter, creando una película animada de computación que mostraba que los pequeños vórtices se forman espontáneamente y, dados los vientos de cizalladura de la atmósfera joviana, son arrastrados hacia un lugar más vasto y estable. En palabras de Andrew P. Ingersoll, uno de los creadores de esta teoría: se tiene la impresión de que un orden en gran escala emerge de un caos en pequeña escala.

Tras la demostración gráfica de Marcus, tres científicos de la Universidad de Texas en Austin —Joel Sommeria, Steven D. Meyers y Harry L. Swinney— intentaron producir una "mancha roja" en el laboratorio. Para crear los vientos de cizalladura de Júpiter, los tres usaron un tanque

cilíndrico de rotación rápida en el cual se podía bombear, desde un anillo interior, un fluido que se extraía desde un anillo exterior. Cuando se alcanzó la velocidad de bombeo y rotación atinada, parte del fluido empezó a rotar en dirección opuesta y produjo una gran región de cizalladura donde aparecieron vórtices que se amalgamaron formando una amplia y estable "mancha roja". En el planeta gigante, mientras la fricción constantemente absorbe energía, las corrientes de convección constantemente introducen y extraen nuevo fluido de la Mancha Roja. Además la Mancha absorbe todos los vórtices pequeños que se hallen en sus inmediaciones.

SOLITONES SÓLIDOS

Aunque el interior de un metal sólido parece un lugar improbable para encontrar solitones, un estudio de 1955 acerca del movimiento de los electrones en las rejillas de metal vibrante expuso el tema de los solitones a la atención de los científicos.

El interés en los solitones de metal surgió de un problema bastante académico, la cuestión de la "equidivisión de la energía".

Una de las piedras angulares de la física es el campo de la mecánica estadística, que trata sobre las relaciones entre energía y cambio en el nivel molecular y atómico. La mecánica estadística es la clave de la termodinámica y describe casi todos los cambios de la naturaleza, desde los que acontecen en una célula viviente hasta los que se producen en el motor del coche. Un supuesto central de la mecánica estadística es el principio de la equidivisión o democracia de la energía.

La equidivisión describe lo que ocurre cuando un sistema recibe un poco de energía adicional, por ejemplo, una bonificación térmica. Los científicos siempre entendieron que esta energía se distribuiría rápidamente por todo el sistema. La equidivisión es pues como un hombre rico metiéndose en una multitud de carteristas. Tarde o temprano todos habrán metido la mano en el bolsillo de los demás y el dinero estará parejamente distribuido en la multitud. Este principio explica por qué las cosas siempre se mueven hacia el equilibrio, por qué el calor en un extremo de una plancha calentada al fuego se distribuye, y por qué un sistema inicialmente activo tiende a detenerse.

Cuando la energía está localizada o concentrada en una parte particular de un sistema o está asociada con una actividad particular, el sistema tiene el potencial para modificarse a sí mismo y realizar trabajo. Pero, según el principio de equidivisión, la energía también tiende a disiparse. Desde el punto de vista de la energía no hay lugares privilegiados: cualquier lugar es igual a otro. Como el trabajo y la actividad requieren un flujo de energía desde un sitio al otro, cuando la energía se vuelve igual por todas partes toda la actividad se extingue.

La noción de que la energía quedará eventualmente distribuida por igual en todos los sistemas se propuso a mediados del siglo pasado y gozó de aceptación universal. No obstante, dadas las dificultades para calcular la conducta de un gran número de moléculas en un sistema, no era posible seguir los detalles finos de la equidivisión para ver cómo la energía pasaba de una molécula a otra. Los científicos tuvieron que aceptar el principio como verdadero.

Con el desarrollo de los

ordenadores, sin embargo, los científicos pudieron entrever cómo la energía migra a través de una multitud de moléculas. En la década de 1950, el célebre físico Enrico Fermi, ayudado por los matemáticos Stanislaw Ulam y J. Pasta, decidió que examinaría las vibraciones del metal valiéndose del entonces flamante ordenador Maniac I.

La estructura interna del metal contiene un patrón estable, llamado rejilla, de átomos.

Cuando el metal recibe energía, en forma de calor, los átomos vibran. Pero como estos átomos están unidos en la rejilla, vibran colectivamente, produciendo una sola "nota". De hecho, hay muchas notas, muchos modos de vibración dentro de la rejilla, y cada una de ellas está asociada con una energía característica.

Según el principio de equidivisión, si determinada nota —es decir, determinada vibración de la rejilla— recibiera toda la energía térmica, pronto esta energía se propagaría distribuyéndose entre todas las "notas" de la rejilla. Este era el gran supuesto de la termodinámica y, como nadie podía meterse en la rejilla para ver qué sucedía, nunca se había observado directamente. Pero el ordenador permitía observar indirectamente a través de un modelo matemático.

Para observar cómo la energía se distribuía entre las notas vibratorias de la rejilla, Fermi, Pasta y Ulam prepararon un modelo que contenía cinco notas o modalidades. El plan consistía en alimentar una modalidad con energía y observar cómo esta energía obedecía las imposiciones de la termodinámica distribuyéndose entre las demás modalidades. Para representar matemáticamente esta división de la energía, era preciso añadir un pequeño término adicional

—un término no lineal— que se correspondiera con la interacción entre modalidades. Si no se añadía, no había modo de que la "energía" del modelo pasara de una nota a la otra. Resultó ser que este diminuto término adicional dominó el sistema entero, que dejó de ser una bien educada rejilla lineal para transformarse en un campo ideal para solitones.

En la década de 1950, cuando se realizó el cálculo Fermi-Ulam-Pasta, nadie pensaba seriamente en los solitones, así que los tres científicos confiaban en que una vez que el sistema se asentara, luego del estallido energético inicial, la energía pronto se distribuiría entre las demás modalidades vibratorias.

Como habían esperado, al cabo de pocos cientos de ciclos del cálculo, la modalidad 1 comenzó a perder energía deprisa y las modalidades 2, 3, 4 y 5 comenzaron a ganarla. Y al cabo de 2.500 iteraciones de la ecuación, todo seguía de acuerdo con el plan. Entonces ocurrió un fenómeno típico del País de las Maravillas. Mientras la modalidad vibratoria 1 continuaba perdiendo energía, la modalidad 4 comenzaba a ganarla a expensas de las demás. A los 3.500 ciclos la modalidad 4 había alcanzado un pico, y ahora la modalidad 3 comenzaba a juntar energía. Para gran sorpresa de los científicos, la energía no se compartía equitativamente sino que se acumulaba en una u otra modalidad. Al cabo de 30.000 ciclos, la energía no estaba equidividida sino que había vuelto a aglomerarse en la primera modalidad.

El resultado fue especialmente chocante porque se descubrió que esta concentración de energía no depende de la fuerza de la interacción no lineal; aun un acoplamiento débil

de realimentación causa aglomeración en el sistema.

El cálculo del ordenador indicó que la rejilla no lineal tenía una suerte de "memoria" que su gemelo lineal no poseía. Dado el tiempo suficiente, el sistema retornaba una y otra vez al estado en que estaba al recibir el primer estallido energético, una "recurrencia Poincaré". El análisis del modelo Fermi-Pasta-Ulam indica que el fenómeno involucra la formación de un solitón —no de agua ni de aire, sino de energía— que se desplaza a través de la rejilla en una onda coherente.

Este modelo es esclarecedor porque muestra que el mundo no lineal es holístico; es un mundo donde todo está interconectado, así que siempre existe un orden sutil. Aun lo que se manifiesta como desorden contiene un alto grado de correlación implícita. A veces esta correlación que está por debajo de la superficie se puede activar y emerge para dar forma al sistema. La conducta de los solitones es pues un espejo del caos. En un lado del espejo, el sistema ordenado es víctima del caos que lo atrae; en el otro, el sistema caótico descubre en sus interacciones la potencialidad para un orden que lo atrae. En un lado, un sistema regular simple revela su implícita complejidad. En el otro, la complejidad revela su implícita coherencia.

El solitón oceánico es un buen ejemplo de esta coherencia implícita. Los científicos siempre dieron por sentado que las olas marinas tienen una forma y una distribución totalmente aleatorias. Creían que el mar es tan desordenado que el aspecto de una ola es puramente azaroso. Sin embargo, como las interacciones no lineales

están siempre presentes, la complejísima faz del océano oculta una sutil forma del orden que se puede activar en una ola sísmica. En palabras de Yuan y Lake, la superficie del océano está "altamente modulada", de modo que contiene una remembranza de todas sus estructuras anteriores. Ahora se cree que las ocasionales olas gigantes que aparecen en el océano no son accidentes fortuitos producidos por el encuentro azaroso de diversas corrientes. Estas olas gigantes parecen una autoconcentración, un afloramiento de la memoria oceánica que cobra forma de solitón.

Antes de los resultados de Fermi, Ulam y Pasta, estas reflexiones habrían parecido absurdas y antojadizas. En una conferencia sobre no linealidad dada en la Universidad de Miami en 1977, Yuan y Lake llamaron la atención del público sobre una cita de *A través del espejo* de Lewis Carroll:

—¡No puedo creer eso! —dijo Alicia.

—¿De veras? —dijo la Reina, con tono compasivo—. Inténtalo de nuevo: inhala profundamente y cierra los ojos.

Alicia rió.

—No tiene caso intentarlo —dijo—. Uno no puede creer en cosas imposibles.

—Me atrevo a decir que no tienes mucha práctica —dijo la Reina.

Los científicos del solitón, trabajando en el universo no lineal, parecen tener cada vez más práctica.

Luego del trabajo de Fermi y sus colegas, los científicos intensificaron el estudio de los modos en que las vibraciones se pueden desplazar por la rejilla atómica de un sólido.

Descubrieron que un golpe brusco

en el extremo de una vara de metal produce un solitón de energía mecánica que viaja sin perturbaciones hasta la otra punta de la vara. Aun un estallido de calor se propaga en una onda coherente. Si ponemos el extremo de un tenedor en una taza de café tibio, el calor se propaga por el hierro hasta el mango. Pero si ponemos el tenedor en el centro ardiente de una fogata, una pulsación balística de calor viaja por la vara metálica en forma de solitón.

Los científicos ahora advierten que cuando una estabilidad dinámica sobrevive puede haber solitones presentes. Esto permite comprender ciertas cosas acerca de un tipo de solitón que la gente ha mirado directamente durante mucho tiempo.

¿Cuántos científicos habían mirado la llama de una vela preguntándose por qué esa forma etérea no se extinguía o no producía un súbito estallido de luz? Michael Faraday dijo: "Toda la física y la química están en la llama de una vela". El milagro es que, a pesar de la intensa combustión, la llama siempre mantiene su estabilidad con una forma e intensidad más o menos iguales. Mientras que el solitón de Russell representaba un delicado equilibrio de no linealidad en el reino de la dispersión, la llama de la vela representa el equilibrio de las reacciones no lineales en el reino de la difusión.

Para que la llama persista, una nueva fuente de energía debe penetrar en ella tan rápidamente como se pierden la energía térmica y lumínica. Esto significa que el sebo se derrite, es absorbido por la mecha mediante acción capilar, se vaporiza y entra en el corazón de la llama; al mismo tiempo el oxígeno se debe difundir en la llama siguiendo el